AÑO CCXLVIII.—TOMO I. Sábado 20 Febrero 1909 Núm. 51.—Pág. 429

TARIFA DE PRECIOS DE SUSCRIPCIÓN

El pago será adelantado, no admitiéndose sellos de Correos.

Madrid	Un mes	5 pesetas.
Provincias	Un trimestre	20 »
Posesiones de África	Un trimestre	30 »
Extranjero	Un trimestre	45 »

REDACCIÓN Y ADMINISTRACIÓN
CALLE DEL CARMEN, NÚM. 29.

Número suelto, 0,50

TARIFA GENERAL DE INSERCIONES

El precio de la inserción es de setenta céntimos por cada línea ó fracción.

REBAJA GRADUAL

Toda inserción cuyo importe exceda de	125 pesetas	el 10 por 100
Idem	id.	de 250	íd. el 20 por 100
Idem	id.	de 2.500	íd. el 30 por 100
Idem	id.	de 5.000	íd. el 40 por 100

Las de subastas se rigen por tarifa especial.

GACETA DE MADRID

—SUMARIO—

PARTE OFICIAL

PRESIDENCIA DEL CONSEJO DE MINISTROS

S. M. el REY (q. D. g.) llegó en la mañana de ayer á San Sebastián, continuando sin novedad en su importante salud.

De igual beneficio disfrutan S. M. la REINA Doña Victoria Eugenia, Sus Altezas Reales, el Príncipe de Asturias, el Infante Don Jaime y demás personas de la Augusta Real Familia.

REALES DECRETOS

De acuerdo con Mi Consejo de Ministros,

Vengo en admitir la dimisión que del cargo de Gobernador civil de la provincia de Toledo Me ha presentado D. Antonio Conrado y Contextí, Marqués de Fuensanta de Palma.

Dado en Palacio á dieciocho de Febrero de mil novecientos nueve.

ALFONSO.

El Presidente del Consejo de Ministros,
Antonio Maura y Montaner.

De acuerdo con Mi Consejo de Ministros,

Vengo en nombrar Gobernador civil de la provincia de Toledo, á D. Gonzalo Segovia y Ardizone, Conde de Casa-Segovia, Diputado á Cortes.

Dado en Palacio á dieciocho de Febrero de mil novecientos nueve.

ALFONSO.

El Presidente del Consejo de Ministros,
Antonio Maura y Montaner.

MINISTERIO DE GRACIA Y JUSTICIA

REALES DECRETOS

Visto el expediente instruído con motivo de instancia elevada por José y Bernardo Roig Ferrer, en súplica de que se les indulte del resto de la pena de cuatro años, dos meses y un día de prisión correccional á que fueron condenados por la Audiencia de Valencia, en causa por delito de atentado á un agente de la Autoridad:

Considerando que los penados llevan cumplida más de la mitad de la condena observando buena conducta, y que la parte ofendida otorga su perdón:

Vista la ley de 18 de Junio de 1870 que reguló el ejercicio de la gracia de indulto:

De acuerdo con lo informado por la Sala sentenciadora, y con lo consultado por la Comisión permanente del Consejo de Estado, y conformándome con el parecer de Mi Consejo de Ministros,

Vengo en conmutar por destierro el resto de la pena de prisión correccional que les falta por cumplir á José y Bernardo Roig Ferrer, y que les fué impuesta en la causa de que se ha hecho mérito.

Dado en Palacio á dieciocho de Febrero de mil novecientos nueve.

ALFONSO.

El Ministro de Gracia y Justicia,
Juan Armada Losada.

Visto el expediente instruído con motivo de la instancia elevada por Manuel Ribes Sabater, en súplica de que se le indulte ó conmute por destierro el resto de las penas de dos años, cuatro meses y un día de presidio correccional, que le falta por cumplir, á que fué condenado por la Audiencia de Castellón, en causa por dos delitos de hurto:

Considerando que el reo ha observado buena conducta durante el tiempo que lleva cumpliendo condena, y que la parte ofendida no se opone á la concesión de la gracia solicitada:

Vista la ley de 18 de Junio de 1870, que reguló el ejercicio de la gracia de indulto:

Oído el informe favorable de la Sala sentenciadora, y de acuerdo con lo consultado por la Comisión permanente del Consejo de Estado, y conformándome con el parecer de Mi Consejo de Ministros,

Vengo en indultar á Manuel Ribes Sabater, de la mitad del resto del total de las dos penas impuestas en la causa de que se ha hecho mérito.

Dado en Palacio á dieciocho de Febrero de mil novecientos nueve.

ALFONSO.

El Ministro de Gracia y Justicia,
Juan Armada Losada.

Visto el expediente instruído con motivo de propuesta elevada por la Junta de Patronato de libertos de Melilla, en súplica de que se indulte á Andrés de Blas Miguel, de la pena de cadena perpetua á que fué condenado por la Audiencia de Burgos, en causa por delito de asesinato:

Considerando que el penado con el abono de la prisión preventiva y los beneficios obtenidos por el Real decreto de 17 de Mayo de 1902, lleva cumplidos cerca de veintinueve años de condena, observando buena conducta y dando pruebas de arrepentimiento:

Vista la ley de 18 de Junio de 1870, que reguló el ejercicio de la gracia de indulto:

De acuerdo con lo informado por la Sala sentenciadora y con lo consultado por la Comisión permanente del Consejo de Estado, y conformándome con el parecer de Mi Consejo de Ministros,

Vengo en indultar á Andrés de Blas Miguel, de la pena de cadena perpetua que sufre y que le fué impuesta en la causa de que se ha hecho mérito.

Dado en Palacio á dieciocho de Febrero de mil novecientos nueve.

ALFONSO.

El Ministro de Gracia y Justicia,
Juan Armada Losada.

Visto el expediente instruído con motivo de instancia elevada por varios Juzgados de la Audiencia de Orense, en súplica de que se indulte á Gerardo Marsoa Quintana del resto de la pena de doce años y un día de reclusión temporal, á que fué condenado por la Audiencia citada, en causa por delito de homicidio:

Considerando que el penado no tuvo intención de causar un mal de tanta gravedad como el que produjo, su buena conducta y arrepentimiento y el perdón de la parte ofendida:

Vista la ley de 18 de Junio de 1870 que reguló el ejercicio de la gracia de indulto:

De acuerdo con lo informado por la Sala sentenciadora y con lo consultado por la Comisión permanente del Consejo de Estado, y conformándome con el parecer de Mi Consejo de Ministros,

Vengo en conmutar la pena impuesta á Gerardo Marsoa Quintana, por la de cuatro años de prisión correccional.

Dado en Palacio á dieciocho de Febrero de mil novecientos nueve.

ALFONSO.

El Ministro de Gracia y Justicia,
Juan Armada Losada.

Visto el expediente instruído con motivo de instancia elevada por Tomasa Ramos Caballero, en súplica de que se indulte ó conmute por destierro el resto de la pena de catorce años, ocho meses y un día de reclusión temporal á que fué condenado su esposo Raimundo Felipe García González, por la Audiencia de Cáceres, en causa por delito de homicidio:

Considerando la buena conducta del penado, antes y después de cometer el delito, y el tiempo que lleva sufriendo condena:

Vista la ley de 18 de Junio de 1870, que reguló el ejercicio de la gracia de indulto;

De acuerdo con lo informado por la Sala sentenciadora y con lo consultado por la Comisión permanente del Consejo de Estado, y conformándome con el parecer de Mi Consejo de Ministros,

Vengo en conmutar por igual tiempo de destierro á la distancia de 25 kilómetros del punto donde cometió el delito, el resto de la pena que le falta por cumplir á Raimundo Felipe García González y que le fué impuesta en la causa de que se ha hecho mérito.

Dado en Palacio á dieciocho de Febrero de mil novecientos nueve.

ALFONSO.

El Ministro de Gracia y Justicia,
Juan Armada Losada.

Visto el expediente instruído con motivo de instancia elevada por Vidal Quintana González, en súplica de que se le indulte ó conmute por destierro el resto de la pena de cuatro años, nueve meses y once días de prisión correccional, á que fué condenado por la Audiencia de Burgos, en causa por delito de amenazas:

Considerando que el penado lleva cumplida más de la mitad de la condena observando buena conducta y que la parte agraviada le perdona:

Vista la ley de 18 de Junio de 1870, que reguló el ejercicio de la gracia de indulto:

De acuerdo con lo informado por la Sala Sentenciadora y con lo consultado por la Comisión permanente del Consejo de Estado, y conformándome con el parecer de Mi Consejo de Ministros,

Vengo en conmutar por igual tiempo de destierro, á la distancia de 25 kilómetros del punto donde cometió el delito, el resto de la pena que le falta por cumplir á Vidal Quintana González, y que fué impuesta en la causa de que se ha hecho mérito.

Dado en Palacio á dieciocho de Febrero de mil novecientos nueve.

ALFONSO.

El Ministro de Gracia y Justicia,
Juan Armada Losada.

Visto el expediente instruído con motivo de instancia elevada por Salvador Asins Alapont, en súplica de que se le indulte ó conmute por destierro el resto de la pena de dos años, once meses y once días de prisión correccional, á que fué condenado por la Audiencia de Valencia, en causa sobre atentado á un agente de la Autoridad:

Considerando las circunstancias que concurrieron en la ejecución del delito, los buenos antecedentes del penado y el tiempo que lleva éste cumpliendo condena, observando buena conducta y dando pruebas de arrepentimiento:

Vista la ley de 18 de Junio de 1870, que reguló el ejercicio de la gracia de indulto:

De acuerdo con lo informado por la Sala Sentenciadora y con lo consultado por la Comisión permanente del Consejo de Estado, y conformándome con el parecer de Mi Consejo de Ministros,

Vengo en conmutar el resto de la pena que le falta por cumplir á Salvador Asins Alapont, y que le fué impuesta en la causa de que se ha hecho mérito, por igual tiempo de destierro á 25 kilómetros de distancia del punto donde se cometió el delito.

Dado en Palacio á dieciocho de Febrero de mil novecientos nueve.

ALFONSO.

El Ministro de Gracia y Justicia,

Juan Armada Losada.

MINISTERIO DE LA GOBERNACIÓN

EXPOSICIÓN

SEÑOR: Previene el artículo 96 del vigente Reglamento para el régimen y servicio del ramo de Correos, las condiciones que han de reunir las cartas con valores declarados para su circulación por el correo, y si en la práctica los modelos actuales han dado aceptable resultado, esto no quiere decir que dicho procedimiento no pueda ser mejorado hasta el extremo de hallar otros sobres que, por su inviolabilidad, garanticen de una manera más completa los intereses del Estado, los de los particulares y los de los funcionarios encargados de su manipulación.

Entendiendo el Ministro que suscribe, que estas condiciones las reúne el sobre titulado «Seguridad», con sus cantoneras de aluminio, su precinto de alambre templado y su cierre metálico, que no permiten violación ni expoliación alguna sin dejar huellas al exterior, tiene el honor de someter á la aprobación de V. M. el siguiente proyecto de decreto.

Madrid, 15 de Febrero de 1909.

SEÑOR:

A L. R. P. de V. M.

Juan de la Cierva y Peñafiel.

REAL DECRETO

Á propuesta del Ministro de la Gobernación,

Vengo en decretar lo siguiente:

Artículo 1.° Se admitirá á la circulación por el correo, cartas con valores declarados en sobres especiales titulados «Seguridad».

Art. 2.° Para cumplimentar el anterior, se adicionará al artículo 96 del Reglamento para régimen y servicio del Ramo, la siguiente disposición:

4.ª Asimismo podrán utilizarse, para el envío de valores declarados, sobres titulados «Seguridad», que no necesitarán para su circulación por el correo, llevar sello alguno en lacre, ni más precinto que el de alambre templado que acompaña á cada sobre, siempre que reúnan las demás condiciones expresadas anteriormente.

Dado en Palacio á dieciséis de Febrero de mil novecientos nueve.

ALFONSO.

El Ministro de la Gobernación,

Juan de la Cierva y Peñafiel.

Conformándome con lo propuesto por el Ministro de la Gobernación,

Vengo en decretar lo siguiente:

Artículo único. Se concede franquicia postal á la correspondencia oficial que expidan el Instituto de Higiene Militar y el Jefe del Archivo General Militar, debiendo reunir dicha correspondencia las condiciones prevenidas en el artículo 42 del Reglamento de servicios de Correos y Real decreto de 28 de Septiembre del pasado año.

Dado en Palacio á dieciséis de Febrero de mil novecientos nueve.

ALFONSO.

El Ministro de la Gobernación,

Juan de la Cierva y Peñafiel.

A propuesta del Ministro de la Gobernación, conforme con el dictamen de la Comisión permanente del Consejo de Estado, y de acuerdo con el parecer del Consejo de Ministros,

Vengo en decretar lo siguiente:

Artículo único. Se autoriza al Ministro de la Gobernación, y en su nombre y representación á la Dirección General de Correos y Telégrafos, para adquirir directamente 30 aparatos telegráficos Hughes, de la patente «Siemens y Halske», considerándose esta adquisición como como comprendida en el caso 5.° del artículo 6.° del Real decreto de 27 de Febrero de 1852.

Dado en Palacio á dieciséis de Febrero de mil novecientos nueve.

ALFONSO.

El Ministro de la Gobernación,

Juan de la Cierva y Peñafiel.

MINISTERIO DE LA GUERRA

REAL ORDEN CIRCULAR

Excmo. Sr.: En cumplimiento de lo ordenado en disposiciones vigentes, respecto á publicación de convocatorias para las Academias militares, el Rey (q. D. g.) se ha servido disponer lo siguiente:

1.° El día 15 de Mayo próximo darán principio los exámenes de ingreso en las Academias militares de Infantería, Caballería, Artillería, Ingenieros y Administración Militar, establecidas, respectivamente, en Toledo, Valladolid, Segovia, Guadalajara y Ávila.

2.° El número de alumnos que podrá admitir cada Academia, es el siguiente: Infantería, 150; Caballería, 20; Artillería, 60; Ingenieros, 35, y Administración Militar, 25.

3.° Además de las plazas señaladas, entrarán fuera de número los hijos y hermanos de militar ó marino muerto en campaña, naufragio ó accidente de mar, ó de sus resultas, y los huérfanos de los inválidos, que habiendo acreditado debidamente alguna de estas circunstancias con arreglo á las disposiciones vigentes en la fecha en que se les concedió el derecho, obtengan en los exámenes nota mínima de aprobación. De igual derecho disfrutarán los hijos de militar ó marino condecorados con la cruz de San Fernando, siempre que la hayan obtenido en virtud de juicio contradictorio, con arreglo á la ley de 18 de Mayo de 1862.

4.° El concurso tendrá lugar con arreglo á las bases que se expresan, sujetándose los exámenes en todas las Academias á las papeletas que á continuación se insertan; no debiendo exigirse las notas que figuran en los textos.

5.° Los oficiales del Ejército y sus asimilados no podrán presentarse en los concursos para ingreso en las Academias militares, ni serán admitidos como alumnos.

6.° Se observarán en un todo las prescripciones del Reglamento aprobado por Real decreto de 27 de Octubre de 1897 (*Colección Legislativa*, núm. 281), en los artículos del 59 al 92, ambos inclusive.

7.° Por ningún motivo se admitirá mayor número de alumnos que el señalado en los párrafos segundo y tercero de la presente disposición.

8.° Al ingresar en las Academias los alumnos procedentes de la clase de paisano serán filiados y prestarán el juramento de banderas.

De Real orden lo digo á V. E. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid, 12 de Febrero de 1909.

PRIMO DE RIVERA

Señor...

Bases que se citan para el concurso de ingreso que ha de tener lugar el día 15 de Mayo próximo.

Artículo 1.° Para ingresar en las Academias Militares necesitan reunir los aspirantes las circunstancias siguientes:

a) Ser ciudadano español, soltero ó viudo sin hijos.

b) Estar comprendido en los límites de edad que á continuación se expresan:

LÍMITE MÁXIMO.—Edad de los aspirantes en 31 de Diciembre de 1908.

Aspirantes paisanos, hijos de paisanos, menos de veintiún años.

Aspirantes paisanos, hijos de militar, menos de veintidós años.

Aspirantes individuos de tropa, con menos de dos años de servicio en filas, menos de veintitrés años.

Aspirantes individuos de tropa, con más de dos años de servicio en filas, menos de veintiocho años.

LÍMITE MÍNIMO.—Prevenido por Real orden de 4 de Julio de 1896 (*D. O.*, número 148), que no puede ejercerse el empleo de Oficial fuera de las Academias militares antes de los diecisiete años, y que á este precepto se sujete la edad mínima que debe exigirse tengan los aspirantes á ingreso, habrán de acreditar que tienen edad suficiente para llegar á los diecisiete años antes de las fechas que se expresan:

Infantería, 1.° de Septiembre de 1912.
Caballería, ídem íd.
Artillería, ídem de 1914.
Ingenieros, ídem íd.
Administración Militar, ídem de 1912.

c) Tener las aptitudes físicas necesarias, cuya apreciación se hará por un Tribunal facultativo, compuesto de tres Médicos militares que tengan destino en la localidad donde radica la Academia, figurando entre ellos, en cada Tribunal, los del respectivo Centro de enseñanza; los Gobernadores militares, de acuerdo con los Directores de las Academias, dispondrán lo conveniente para que dicho Tribunal se constituya y actúe en relación con los ejercicios de examen. En el caso de que en una Academia no pueda constituirse el Tribunal facultativo en la forma indicada, por falta de personal, el Gobernador militar lo pondrá en conocimiento del Capitán general con la debida anticipación, el cual cumplimentará lo anteriormente dispuesto, valiéndose al efecto del personal del Cuerpo de Sanidad Militar de la región. El referido Tribunal aplicará á todos los aspirantes el cuadro general de exenciones vigentes para el ingreso en el Ejército, con excepción de la referente á deformidad, figura ridícula, tartamudez ó sordera, en cuyo caso consultará el Director de la Academia á la Superioridad para la resolución que proceda. El resultado del reconocimiento facultativo verificado en esta forma, tendrá carácter *definitivo* é *inapelable*, y en la convocatoria del año actual será valedero el de una Academia para todas. Los Directores de ellas facilitarán á los aspirantes que lo deseen un certificado que acredite su utilidad física, dando cuenta á las demás Academias de los que vayan resultando *inútiles* ó *útiles condicionales*.

d) Los aspirantes deberán tener la estatura y desarrollo físico proporcionado á su edad.

e) Carecer de todo impedimento para ejercer cargos públicos.

f) No haber sido expulsado de ningún establecimiento oficial de enseñanza.

Para optar á los beneficios de edad que se concede á los individuos de tropa, es necesario que éstos se hallen presentes en filas al solicitar el ingreso, ó bien en la situación de licencia ilimitada en el Ejército ó inscritos disponibles en la Marina, ambas situaciones por exceso de fuerza. (Real orden de 18 de Agosto de 1894, *Colección Legislativa*, núm. 247.)

Los que fuesen voluntarios necesitan llevar más de dos años en filas, precisamente en 1.° de Septiembre.

Los individuos de tropa que hayan ingresado en el servicio en calidad de voluntarios, y que después hayan sido declarados soldados en virtud de la ley de reclutamiento, se considerarán para los beneficios de edad, como de reclutamiento forzoso, contándoseles en este concepto el tiempo servido desde que ingresaron en el servicio.

Art. 2.° Los aspirantes á ingreso en cualquier Academia, solicitarán examen en instancia al Director de ella, formulada en papel del sello de 11.ª clase, acompañando acta civil de nacimiento, legalizada debidamente, si está extendida en distrito notarial diferente de aquel en que se halla enclavada la Academia, cédula personal, que se devolverá al interesado en el plazo más breve posible, y certificado de soltería ó de ser viudo sin hijos.

Las instancias documentadas deberán encontrarse en las respectivas Academias el día 15 de Abril próximo, teniendo por no presentadas las que se reciban después de la mencionada fecha.

Art. 3.° Además de los documentos anteriores, los hijos de militar ó marino acreditarán esta circunstancia con copia legalizada del último real despacho, expedido á favor de su padre, ó de la Real orden de su empleo, y los hijos de los condecorados con la Cruz de San Fernando, en forma análoga.

Art. 4.° Los huérfanos ó hermanos de militar ó marino con derecho á beneficios para el ingreso y permanencia en las Academias militares, deberán acreditarlo con copia de la Real orden en que, con acuerdo del Consejo Supremo de Guerra y Marina, se reconozca oficialmente esta circunstancia.

Art. 5.° Los individuos de tropa del Ejército ó Armada presentarán las instancias por conducto de sus jefes naturales, quienes las cursarán directamente, y en el más breve plazo, á las Academias, acompañando copia de la filiación del interesado y hoja de castigos.

Art. 6.° Recibidas las instancias y examinadas por las Juntas facultativas de las Academias, el Director de cada una comunicará á los aspirantes haber sido admitidos á examen, ó las razones que se opongan á ello, á medida que se vayan recibiendo.

El oficio de admisión á examen en una Academia puede suplir á la documentación al solicitar examen en otra, siempre con sujeción á lo dispuesto en el 2.° párrafo del artículo 2.°

Art. 7.° Los exámenes de ingreso se subdividirán en tres ejercicios:

Primer ejercicio.—Gramática Castellana.—Geografía.—Historia universal y particular de España.—Lectura y traducción del francés.—Dibujo de figura.

El examen de dibujo consistirá en copiar de estampa una cabeza.

Segundo.—Aritmética y Algebra.

Tercero.—Geometría.—Trigonometría rectilínea.

Los programas para el examen de Gramática Castellana, Geografía é Historia de España y Universal serán los aprobados por Real orden de 12 de Febrero de 1891 (*Colección Legislativa* número 68), y los textos, el compendio de Gramática y prontuario de Ortografía de la Real Academia Española; Geografía, Villalba; Historia de España, Beltrán; Historia universal, Castro, aumentada por Sales y Ferré.

Art. 8.° El examen de Gramática, Geografía é Historia puede substituirse por certificados de aprobación, expedidos por un Instituto de segunda enseñanza, por una Academia Militar, Colegios de Trujillo, María Cristina, Santiago, Santa Bárbara y San Fernando, Huérfanos de la Guerra y Alfonso XIII, Negociado de Escuelas del Ministerio de Marina, como igualmente por las Escuelas oficiales de Industria y Comercio, según lo preceptuado en las disposiciones vigentes.

Los certificados de aprobación de las asignaturas nombradas, expedidos con arreglo al plan de segunda enseñanza aprobado por Real orden de 27 de Agosto de 1891, deberán comprender en Geografía la aprobación de los 1.° y 2.° años.

Art. 9.° Las notas numéricas que expresan el resultado de los exámenes, serán cuatro: una en Aritmética, otra en Algebra, otra en Geometría y otra en Trigonometría, necesitándose la nota mínima de siete en cada asignatura por separado, para que se considere aprobado un aspirante.

Art. 10. En los exámenes de Francés, Dibujo, Geografía, Historia y Gramática, no habrá más calificación que *aprobado* ó *desaprobado*, y por tanto, no influirá en el orden de preferencia.

La aprobación de Francés y Dibujo en una Academia, será válida para las demás.

Art. 11. Los aspirantes desaprobados en uno de los ejercicios, lo serán definitivamente; no tomando parte en el segundo y tercero los desaprobados en el primero, ni en el tercero los desaprobados en el segundo.

Los aspirantes aprobados en más de una Academia, deberán comunicar su elección á los Directores de aquellas en que hubiesen sido aprobados, dentro del plazo de diez días, á partir de la fecha de terminación de exámenes en la Academia en que éstos hayan tenido mayor duración.

Art. 12. Transcurrido dicho plazo, los Directores remitirán á este Ministerio las relaciones á que hace referencia el artículo 19 del Reglamento.

Art. 13. Todos los aspirantes que tomen parte en los concursos de ingreso, satisfarán en concepto de derechos de examen la cantidad de 25 pesetas, que deberán abonarse antes de empezar el examen del primer ejercicio. Están exentos del pago de estos derechos los comprendidos en el apartado 3.° de la presente disposición, y además los hijos de individuos de tropa, los de viuda de militar sin derecho á pensión de viudedad ó que ésta sea menor que la de jefe, huérfanos con pensión y sargentos, cabos y soldados, procedentes de alistamiento, con más de dos años de servicio en filas.

Art. 14. El orden en que los aspirantes han de sufrir los exámenes se determinará por sorteo, que se celebrará en las Academias el 5 de Mayo, y al que los interesados podrán concurrir si lo desean.

La Academia comunicará á los interesados las fechas en que deban verificar todos los actos del examen. Queda autorizado el cambio de número entre los aspirantes, que se acreditará presentándose el que en virtud de este cambio deba realizar sus ejercicios primero, y entregando al Director de la Academia el oficio del otro aspirante en que conste su conformidad.

Cuando haya dos ó más aspirantes que sean hermanos, se incluirá en sorteo solamente á uno de ellos, considerándose á los otros con el mismo número que el primero, para que sean examinados en la misma tanda.

Dichos hermanos, para verificar cambio de número de sorteo, han de hacerlo colectivamente, siendo indispensable el consentimiento de los hermanos comprendidos en el mismo número de sorteo.

El certificado de haber estado examinándose un aspirante en otra Academia en los días en que debería presentarse á sufrir examen en una de ellas, surtirá los mismos efectos que el de enfermedad.

Art. 15. Los Directores remitirán diariamente á la sección de Instrucción Reclutamiento y Cuerpos diversos de este Ministerio, relaciones nominales del resultado de los exámenes, con expresión de las notas numéricas obtenidas por los aspirantes en los ejercicios 2.° y 3.°, y los de *aprobado* ó *desaprobado* en el 1.°

Art. 16. Los aspirantes admitidos en clase de alumnos, se presentarán en las Academias para la revista de Septiembre próximo, y desde aquella fecha quedarán sometidos al Código Militar en la parte que les concierne, y á los reglamentos y disposiciones vigentes.

Art. 17. Para ayudar á la educación de los hijos y huérfanos de militares, se adjudicarán las pensiones que se consignen en Presupuesto, con arreglo á las bases establecidas en el Real decreto de 7 de Octubre de 1895. (*Colección Legislativa*, número 331.)

Art. 18. Los alumnos de las Academias militares usarán los uniformes reglamentarios en ellas. Los que deban ser internos, presentarán los objetos y equipo que por la Academia se les indicará oportunamente.

Art. 19. Los alumnos internos satisfarán las cuotas de pensión establecidas por la Academia de Infantería, ó las nuevas que se determinen por Real orden, y que serán mayores que las que satisfacen en la actualidad.

PAPELETAS

ARITMÉTICA.—Texto: Salinas y Benítez.

Quinta edición (1904).

Papeleta 1.ª

Números enteros. — Definiciones. — Unidad y número. — Formación de los números y operaciones numéricas.—Algoritmia y algoritmo.—Aritmética.—Numeración.

Numeración hablada.—Nomenclatura.—Fundamento de la nomenclatura.—Unidades de diversos órdenes.—Base del sistema. — Nomenclatura decimal. — Denominación de un número cualquiera.—Teorema: Todo número mayor que nueve, puede descomponerse en colecciones de unidades de diversos órdenes, de modo que cada una de ellas contenga un número inferior á diez.—Particularidades y modificaciones de la nomenclatura decimal. — Resumen de la nomenclatura. (Párrafos 1 al 14.)

Máximo común divisor de dos números.—Definiciones y consecuencias.—Números primos entre sí.—Principio fundamental.—Teorema: El *m. c. d.* de dos números, no divisibles uno por otro, es el mismo que el del menor y el resto, por defecto ó por exceso, de la división de ambos.—Investigación del *m. c. d.* de dos números.—Propiedades del *m. c. d.* de dos números.—Teorema 1.° Todo número que divida á dos, divide á su *m. c. d.*—Teorema 2.° Si se multiplican ó dividen dos números por un tercero, su *m. c. d.* quedará multiplicado ó dividido por dicho tercer número.—Corolario: Si se dividen dos números por su *m. c. d.*, los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente.—Teorema 3.° Si un número divide á un producto de dos factores y es primo con uno, divide al otro.—Corolario: El *m. c. d.* de dos números no se altera aun cuando se multiplique ó divida uno de ellos por un factor primo con el otro.—Escolio: Simplicación de la operación. (Párrafos 84 al 88).

Anualidades. — Definición. — Problema de amortización: Determinar el valor de la anualidad destinada á extinguir en n años el préstamo c y sus intereses acumulados en el mismo tiempo.—Problema de capitalización: Calcular la anualidad que hay que imponer durante n años sucesivos para poder retirar, cuando terminen, el capital c. (Párrafos 289 al 292.)

Ejemplo: Hallar la anualidad que hay que pagar para extinguir en cuatro años un préstamo de 3.000 pesetas al 2 por 100.

Rentas vitalicias.—Definición.—Cálculo de la renta.—Vida probable. (Párrafos 292 al 294).

Papeleta 2.ª

Numeración escrita.—Notación numérica.—Representación de las colecciones de unidades de diversos órdenes. Valores absoluto y relativo. Representación simbólica.—Cifra cero.—Representación de las unidades de un orden cualquiera.—Lectura de un número escrito en cifras: 1.°, 2.° y 3.er caso.—Escritura de un número enunciado: 1.°, 2.° y 3.er caso.—Representación del número indeterminado. (Párrafos 14 al 23.)

Adición. —Definiciones. —Algoritmo. Artificio aditivo.—Casos de la suma: 1.° y 2.°—Observación: Orden en que ha de sumarse.—Consecuencias: 1.ª El orden de sumandos no altera la suma; 2.ª Aumento ó disminución en un sumando; 3.ª Suma de un número y una suma; operación indicada; 4.ª Adición de varias sumas.—Prueba. (Párrafos 23 al 30.)

Raíz cúbica de las fracciones sin aproximación fijada.—Reglas operativas de cada caso.—Teorema: La raíz cúbica de una fracción, cuyo denominador es cubo perfecto, se obtiene extrayendo la raíz cúbica exacta ó aproximada, en menos de una unidad, de su numerador y dividiéndola por la raíz cúbica exacta del denominador.—Corolario: Raíz cúbica de un número decimal, que tiene un número de cifras decimales múltiplo de 3.—Teorema 2.° Para extraer la raíz cúbica de una fracción irreducible, cuyo denominador no es cubo perfecto, se convierte en otra que reúna esta condición.—Mínimo denominador cubo perfecto.—Corolario: Raíz cúbica de un número decimal, que tiene un número de cifras decimales que no sea múltiplo de 3.—Raíz cúbica con aproximación fijada.

Definición. — Procedimiento general. — Teorema: para hallar la raíz cúbica de un número N en menos de $\frac{1}{q}$ se halla en menos de una unidad la raíz del producto Nq^3 y se divide por q.—Corolario 1.° Para calcular la raíz cúbica de un entero en menos de una unidad decimal del orden q.ésimo se escriben $3q$ ceros á su derecha, se extrae la raíz cúbica en menos de una unidad del número así formado, y se separan de la raíz hallada q cifras decimales.—Corolario 2.° Para obtener la raíz cúbica de una fracción ordinaria en menos de una unidad decimal del orden *enésimo*, se reduce á fracción decimal, calculando $3n$ cifras decimales y se prescinde de la coma, se extrae la raíz y se separan de ella n cifras decimales.—Corolario 3.° Para calcular la raíz cúbica de un número decimal, en menos de una unidad decimal del orden n.ésimo se consideran $3n$ cifras decimales, prescindiendo de las del orden inferior ó agregando ceros, si no hubiera número suficiente; y se extrae después la raíz cúbica del número decimal que así resulta. Escolio: Raíz cúbica de un número de infinitas cifras decimales, con la aproximación que se desee.—Raíz cúbica de los números implícitos.—Raíz cúbica de un producto cuyos factores son cubos perfectos.—Idem de un cociente cuyos términos son cubos perfectos.—Idem de una potencia de grado múltiplo de 3. (Párrafos 199 al 203).

Descuento. — Definiciones.—Descuento comercial y racional; fundamento del descuento.—Descuento comercial.—Descuento racional; diferencia entre ambos descuentos. (Párrafos 283 al 287.)

Ejemplo: Se ha presentado el 15 de Junio á un banquero una letra de 5.000 pesetas, pagaderas el 1.° de Septiembre siguiente. ¿Qué cantidad tendrá que satisfacer haciendo el descuento al 4 por 100?

Papeleta 3.ª

Substracción.—Definiciones. — Algoritmo. — Artificio substractivo. — Casos: 1.°, 2.° y 3.°—Observaciones: 1.ª Orden de la operación; 2.ª Reducción á un sólo caso; 3.ª Aumento ó disminución de los términos.—Prueba de la resta y nueva prueba de la suma.

Substracciones complejas.—Teorema 1.°: Para restar de un número la suma de otros varios, se resta el primer sumando; del resultado se resta el segundo y así sucesivamente hasta el último de ellos.—Teorema 2.° Para restar de un número la diferencia indicada de otros dos, se agrega al minuendo el menor de ellos y de la suma se resta el mayor.—Teorema 3.° Para restar de un número el resultado de una serie de sumas y restas, basta agregarle los substraendos, restando sucesivamente del resultado cada uno de los minuendos.

Suma y resta combinadas.—Teorema 1.° Para sumar á un número la diferencia indicada de otros dos, se suma á dicho número el minuendo, y del resultado se resta el substraendo. — Teorema 2.° Para sumar á un número otro, expresado por una serie de sumas y restas, basta agregarle sucesivamente los sumandos, y de la suma, restar en igual forma los substraendos. — Aplicaciones $(a+b)+(a-b)$»$(a+b)-(a-b)$.

Complemento aritmético. — Modo de hallarle.—Aplicaciones con ejercicio. (Párrafos 30 al 42).

Pruebas de las operaciones numéricas, por medio de los restos relativos á un módulo cualquiera.—Utilidad de las propiedades de los números. Módulos que deben emplearse en estas pruebas.— Pruebas de la suma, resta, multiplicación y división. —Aplicaciones á ejemplos del módulo 9. (Párrafos 80 al 84.)

Regla de aligación.—Definiciones.—Mezcla.—Aleación. — Lingote. — Precio y ley.—Regla de aligación.—Problema directo de las mezclas.—Conociendo las cantidades que entran en una mezcla y sus precios respectivos, determinar el precio de la mezcla.—Problema inverso: Fijado el precio de una mezcla y conocidos los de las substancias que han de formarla, hallar las cantidades que han de mezclarse.—TEOREMA 1.° Las cantidades de dos substancias mezcladas son inversamente proporcionales á las diferencias entre sus precios respectivos y el precio de la mezcla.—TEOREMA 2.° Cuando son más de dos las substancias mezcladas, el problema es indeterminado. (Párrafos 297 al 300.)

Ejemplo: Determinar la cantidad de agua que hay que añadir á 40 litros de ácido clorhídrico, de pesetas 0,80 el litro, para reducir el precio de éste á pesetas 0,30, sabiendo que no se asigna valor alguno al agua.

Papeleta 4.ª

Multiplicación.—Definición.—Algoritmo.—Consecuencias inmediatas de la definición: 1.ª Cuando uno cualquiera de los factores se iguale á la unidad.—2.ª Cuando uno de los factores se reduzca á cero.—Artificio de la multiplicación.—Casos de la multiplicación: 1.° Multiplicación de dos números de una sola cifra 2.° Multiplicación de un número de varias cifras por otro de una sola.—Casos particulares: 1.° Multiplicación de un número cualquiera por la unidad seguida de ceros.—2.° Multiplicación de un número cualquiera por una cifra significativa, distinta de la unidad, seguida de ceros.—Caso general: Multiplicación de un número de varias cifras por otro de varias cifras.—Casos en que los factores terminan en ceros: 1.° Si el multiplicador es un número terminado en ceros. 2.° Si ambos factores terminan en ceros. Observación: Diferencia que existe entre los papeles que desempeñan el multiplicando y el multiplicador.—TEOREMA: El orden de los factores no altera el producto.—Prueba de la multiplicación. (Párrafos 42 al 52.)

Mínimo común múltiplo de dos números.—Definición y consecuencias.—Principios relativos al *m. c. m.* de dos números.—TEOREMA 1.° El *m. c. m.* de dos números es el cociente de dividir su producto por su *m. c. d.*—COROLARIO 1.° El producto del *m. c. m.* por su *m. c. d.* es el producto de dichos números.—COROLARIO 2.° Todos los múltiplos de dos números lo son de su *m. c. m.*—COROLARIO 3.° Si dos números son primos entre sí, su *m. c. m.* es su producto.—TEOREMA 2.° Si se multiplican dos números por otro, su *m. c. m.* queda multiplicado por este número.—COROLARIO: Si dos números se dividen por otro, su *m. c. m.* queda dividido por él.—TEOREMA 3.° Los cocientes de dividir el *m. c. m.* de dos números por cada uno de ellos, son primos entre sí. (Párrafos 91 al 93.)

Regla de conjunta.—Definición y algoritmo.—Procedimiento práctico.—TEOREMA: Los productos ordenados de varias equivalencias que tengan homogéneos el segundo miembro de cada una y el primero de la siguiente forman otra equivalencia, cuyo primer miembro pertenece á la primera especie y el segundo á la última. Regla práctica. (Párrafos 301 al fin.)

Ejemplo: ¿Cuántos rublos corresponden á 2.300 pesetas, sabiendo que 5 duros equivalen á 19,25 francos, 126 francos á 5 libras esterlinas, 10 libras esterlinas á 117 florines alemanes y 46 florines á 32,50 rublos?

Papeleta 5.ª

Multiplicación.—Múltiplo de un número.—Equimúltiplos.—Multiplicación cuando los factores son implícitos.—TEOREMA 1.° El producto de la suma de varios números por otro es igual á la suma de los productos de todos los sumandos por el mismo multiplicador.—COROLARIO: Para multiplicar un número por una suma se multiplica dicho número por cada uno de los sumandos y se suman los productos obtenidos.—ESCOLIO: Sacar factor común.—TEOREMA 2.° El producto de la diferencia de dos números por un tercero es igual á la diferencia de los productos del minuendo y el substraendo por dicho tercer número.—COROLARIO: Para multiplicar un número por la diferencia de otros dos, se multiplica por minuendo y substraendo, y del primer producto se resta el segundo.—ESCOLIO: Para multiplicar dos sumas entre sí, basta multiplicar los sumandos de cada una de ellas por cada uno de los de la otra y se suman los productos obtenidos.—Producto de varios factores.—Definición.—Algoritmo.—Potencia.—Exponente.—Potencias de base 10.—TEOREMA 1.° En un producto de varios factores puede invertirse el orden de éstos sin que se altere el producto.—COROLARIO 1.° En un producto de varios factores puede reemplazarse cualquier número de ellos por su producto efectuado, y recíprocamente, un factor cualquiera puede sustituirse por otros á cuyo producto sea igual.—COROLARIO 2.° Para multiplicar un número por el producto indicado de varios factores se le multiplica sucesivamente por cada uno de ellos.—COROLARIO 3.° Para multiplicar el producto indicado de varios factores por un número, basta multiplicar cualquiera de los factores por dicho número.—ESCOLIO: Papel de los factores en los dos últimos casos.—COROLARIO 4.° Para multiplicar entre sí dos ó más productos de varios factores, se forma un solo producto con los factores de todos ellos.—COROLARIO 5.°: El producto de varias potencias de un mismo número es otra potencia de este número, indicada por un exponente igual á la suma de los exponentes de los factores. (Párrafos 52 al 55.)

Fracciones continuas.—Origen y definición de la fracción continua.—Cocientes incompletos.—Fracciones integrantes.—Reducidas.—Fracciones continuas periódicas.—Período.—Periódicas puras y mixtas.—Propiedades de las reducidas.—TEOREMA 1.° Los términos de una reducida cualquiera se forman multiplicando por el cociente incompleto que le corresponde, los términos de la reducida anterior y sumándole los de la antepreced ente.—COROLARIO: Los términos de las reducidas sucesivas aumentan constantemente.—TEOREMA 2.° La diferencia de dos reducidas consecutivas es igual á la unidad dividida por el producto de sus denominadores.—COROLARIO 1.° Las diferencias entre dos reducidas consecutivas son cada vez menores.—COROLARIO 2.° Las diversas reducidas son fracciones irreducibles.—TEOREMA 3.° Las reducidas de lugar impar van aumentando y las de lugar par disminuyendo. (Párrafos 145, 146 y teoremas 1.°, 2.° y 3.° del 147.)

Interés simple.—Definición.—Renta. Tanto por ciento.—Clases de interés.—Proporcionalidad de las magnitudes relativas al interés simple.—Problemas diversos en la regla de interés simple.—Caso particular de la regla de interés simple. (Párrafos 278 al 282.)

Ejemplo: ¿Cuál es el interés que producen 19.850 pesetas impuestas al 6 por 100 durante cinco años y cuatro meses?

Papeleta 6.ª

División.—Definición.—Algoritmo.—Artificio elemental de la división.—Número divisible por otro.—Procedimiento general.—Determinación de las unidades más elevadas del cociente.—Casos de la división: 1.° y 2.°; comprobación de la cifra del cociente.—3.° y 4.°; caso particular.—Si el divisor termina en ceros, se prescinde de ellos y de igual número de cifras del dividendo.—Prueba de la división y nueva prueba de la multiplicación. (Párrafos 55 al 64.)

Reducción de fracciones.—Definición.—Procedimiento.—TEOREMA 1.° Cuando una fracción no es exactamente reducible á otra de denominador *n*, se encuentra comprendida entre dos que tienen dicho denominador y por numeradores respectivos el mayor número entero contenido en el producto de dicha fracción por *n* y el entero inmediatamente superior.—TEOREMA 2.° Para que una fracción irreducible pueda transformarse exactamente en otra de denominador dado, es preciso y basta que su denominador divida al que ha de tener la fracción.—*Reducir una fracción ordinaria ó decimal á fracción continua.*—Definición. Procedimientos.—1.° Fracción ordinaria.—Regla.—2.° Fracción decimal. (Párrafos 159 al 163.)

Interés.—Regla de interés compuesto. Tanto por uno.—Caso en que el tiempo no sea un número exacto de años. (Párrafo 282.)

Ejemplo: En qué se convertirán 6.000 pesetas impuestas durante tres años á interés compuesto y al 5 por 100 anual.

Papeleta 7.ª

División.—División por exceso.—Resto por defecto y por exceso.—División de números expresados en forma implícita. TEOREMA 1.° Para dividir un producto indicado por uno de sus factores, se suprime éste.—COROLARIO: Para dividir un producto por un número que sea divisor de uno de los factores del producto, basta dividir dicho factor por el expresado número, conservando los demás factores.—TEOREMA 2.°: Para dividir un número cualquiera por un producto de varios factores, se divide dicho número por uno de éstos, el cociente obtenido por el otro factor, y así sucesivamente hasta dividir por el último de ellos.—TEOREMA 3.° El cociente de dos potencias de un mismo número es igual á una potencia del mismo número, cuyo exponente es la diferencia de los que tienen el dividendo y el divisor.—ESCOLIO: Caso en que dividendo y divisor sean iguales.—Dependencia mutua entre los términos de la división, del cociente y del resto.—TEOREMA: El cociente no varía cuando se multiplican los dos términos por el mismo número, pero el resto queda multiplicado. (Párrafos 64 al 67.)

Fracciones continuas.—TEOREMA 4.° Toda reducida de lugar par es mayor que cualquiera de lugar impar.—TEOREMA 5.° Una reducida cualquiera está comprendida entre dos consecutivas de las que le preceden, y se aproxima más á la segunda que á la primera.—COROLARIO 1.° La fracción continua total está comprendida entre dos reducidas consecutivas cualesquiera, siendo mayor que toda reducida de orden par y menor que toda reducida de orden impar.—COROLARIO 2.°: Las diversas reducidas sucesivas se aproximan cada vez más al valor de la fracción continua.—TEOREMA 6.° Si una fracción se aproxima más al valor de la fracción continua total que una cierta reducida, tiene sus términos, respectivamente, mayores que los de ésta.—Cálculo del valor de una fracción continua y límite de error. (Párrafos 147 al 148.)

Regla de compañía.—Definición.—Particiones proporcionales.—Descomponer una cantidad en partes proporcionales á varios números dados.—Fórmulas de la regla de compañía. (Párrafos 294 al 297.)

Ejemplo: Tres comerciantes han formado compañía, habiendo puesto el primero 12.000 pesetas por dos años, el segundo 15.000 pesetas por un año y medio, y el tercero 18.000 por nueve meses. El día de la liquidación, la sociedad representa un capital de 64.000 pesetas, después de deducidos los gastos, el cual quiere repartirse entre los socios.

Papeleta 8.ª

Divisibilidad de los números.—Principios fundamentales.—Múltiplos y divisores de un número: múltiplo común y divisor común.—Resto de un número con relación á otro: Módulo.—Números congruentes.—Consecuencias: 1.ª Dos números iguales son congruentes.—2.ª Un número múltiplo de otro es congruente con cero respecto á este último.—3.ª Dos números múltiplos de un tercero son congruentes respecto á este tercero.—4.ª El dividendo y resto aditivo son congruentes respecto al divisor.—Principios fundamentales de las congruencias.—TEOREMA 1.º La diferencia de dos números congruentes, es un múltiplo del módulo.—COROLARIO — TEOREMA 2.º Si la diferencia de dos números es un múltiplo de otro, dichos números son congruentes con respecto á éste.—COROLARIO. TEOREMA 3.º Si se suman miembro á miembro varias congruencias respecto de un mismo módulo, resulta una nueva congruencia.—COROLARIO 1.º Una congruencia no se altera sumando un mismo número á sus dos miembros.—COROLARIO 2.º Una congruencia no se altera sumando á uno de sus miembros, ó á los dos, un cierto múltiplo ó múltiplos cualquiera del módulo.—TEOREMA 4.º Si se multiplican miembro á miembro varias congruencias relativas á un mismo módulo, resulta otra congruencia.—COROLARIO.—Una congruencia subsiste si se multiplican sus dos miembros por un mismo número. (Párrafos 67 al 71.)

Fracciones decimales.—Numeración y propiedades.—Definición.—Unidades decimales de distintos órdenes.—Representación entera del número decimal.—Lectura de un número decimal escrito en forma entera.—Escritura en forma entera de un número decimal enunciado.—Propiedades de los números decimales.—TEOREMA 1.º El valor de un número decimal no se altera cuando se escriben ceros á su derecha.—TEOREMA 2.º: Si la coma se corre hacia la derecha ó hacia la izquierda, uno, dos, tres, etc., lugares, el número queda, respectivamente, multiplicado ó dividido por la unidad seguida de uno, dos, tres, etc., ceros.—*Adición.* Procedimiento aditivo.—*Substracción.*—Manera de operar.—*Multiplicación.*—Casos diversos.—1.º Multiplicar un número decimal por un entero.—2.º Un número decimal por otro decimal.—*División.*—Casos diversos.—1.º Dividir un decimal por un entero.—2.º Dividir un número entero ó decimal por otro decimal. (Párrafos 149 al 159.)

Regla de tres simple y compuesta. Dependencia de una magnitud de otras varias.—Cuestiones relativas á las magnitudes proporcionales 1.ª y 2.ª—Regla de tres simple y directa.—Idem inversa. Regla de tres compuesta.—Forma numérica y propiedades de la proporcionalidad de varias magnitudes. (Párrafos 271 al 277.)

Ejemplo: En 85 horas han construído 29 obreros un muro de 15 metros de longitud, $3^m,50$ de altura y $0^m,64$ de espesor: ¿Cuánto tiempo será necesario para que 53 obreros construyan otro muro de 18 metros de largo, 3 de altura y $1^m,20$ de espesor?

Papeleta 9.ª

Divisibilidad de los números.—*Teoremas relativos á los restos.*—TEOREMA 1.º El resto de una suma es el mismo que el de la suma de los restos aditivos de los sumandos.—COROLARIO 1.º Condición necesaria y suficiente para que un número divida á la suma de varios.—COROLARIO 2.º Si un número divide á varios, divide á su suma.—COROLARIO 3.º Si un número divide á otros, divide á sus múltiplos.—TEOREMA 2.º La condición necesaria y suficiente para que sea cero el resto de una diferencia con respecto á cualquier módulo, es que sean iguales los restos aditivos ó substractivos del minuendo y del substraendo.—COROLARIO 1.º Si un número divide á dos, divide á su diferencia.—COROLARIO 2.º Si un número divide á dividendo y divisor, divide al resto.—COROLARIO 3.º Si se dividen dividendo y divisor de una división inexacta por un número, el cociente no varía, pero el resto queda dividido por dicho número.—TEOREMA 3.º El resto aditivo ó substractivo de un producto con relación á cualquier módulo, es el mismo que el del producto de los restos aditivos de los factores.—COROLARIO.—Condición necesaria y suficiente para que un número divida á un producto. (Párrafo 71.)

Reducción de fracción ordinaria á decimal.—Definición.—Procedimiento. TEOREMA 1.º: Para expresar una fracción ordinaria en decimales, con un error menor que una unidad de orden $p^{ésimo}$, se agregan p ceros á su numerador, se divide el resultado por el denominador, y de la derecha del cociente se separan p cifras decimales.—ESCOLIO: Cuando no se fije el número de cifras decimales.—TEOREMA 2.º: La condición necesaria y suficiente para que una fracción ordinaria se reduzca exactamente á decimal, es que su denominador no contenga más factores primos que el 2 y el 5.—TEOREMA 3.º Cuando una fracción ordinaria irreducible contiene en el denominador factores primos distintos del 2 y el 5, da origen á una decimal indefinida.—TEOREMA 4.º Si el denominador de una fracción ordinaria irreducible no contiene más que factores 2 y 5, la decimal á que se reduce consta de tantas cifras decimales como unidades tenga el mayor de los exponentes de dichos factores.—Fracciones decimales periódicas.—Definiciones.—TEOREMA 1.º Cuando una fracción no es exactamente reducible á decimales da origen á una fracción periódica.—Número de cifras del período.—TEOREMA 2.º Toda fracción ordinaria irreducible, cuyo denominador es primo con 10 se reduce á decimal periódica pura.—TEOREMA 3.º Cuando el numerador de una fracción ordinaria cuyo denominador es primo con 10 no termina en cero, la última cifra de la parte entera de la decimal equivalente, no puede ser igual á la última del período. TEOREMA 4.º: Toda fracción irreducible cuyo denominador no es primo con 10, con teniendo factores primos distintos de 2 y 5 da origen á una decimal periódica mixta, en la que el número de cifras no periódicas es igual al mayor exponente de los factores 2 y 5 de su denominador.

Reducción de una fracción decimal á ordinaria.—Definición.—Procedimiento.—TEOREMA. 1.º Para reducir una fracción decimal de número limitado de cifras á fracción ordinaria, se prescinde de la coma y se pone por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales contiene.—ESCOLIO: Cuando la fracción tenga parte entera.—TEOREMA 2.º La fracción ordinaria generatriz de una decimal periódica pura, sin parte entera, tiene por numerador el período y por denominador un número formado de tantos nueves como cifras tiene el período.—ESCOLIO: Cuando la fracción propuesta tenga parte entera.—TEOREMA 3.º La fracción ordinaria generatriz de una decimal periódica mixta, sin parte entera tiene por numerador la parte no periódica seguida del período, disminuído en la parte no periódica; y por denominador, un número formado de tantos nueves como cifras tiene el período, seguidos de tantos ceros como cifras hay en la parte no periódica.—ESCOLIO: Cuando la fracción propuesta tenga parte entera.—Caso de imposibilidad y solución aproximada. Noción de la cantidad inconmensurable. (Párrafos 163 al 170.)

Regla de aligación.—Definición de mezcla; aleación, lingote, precio y ley, regla de aligación.—Problema directo de las aleaciones.—Conociendo los pesos de los metales que entran en una aleación y sus leyes respectivas, determinar la ley de la aleación.—Problema inverso.—Fijada la ley de una aleación y conocidas las leyes de los metales que han de formarla, hallar los pesos de los que deben alearse.—Caso 1.º—TEOREMA: Los pesos de dos metales aleados son inversamente proporcionales á las diferencias entre sus leyes respectivas y la ley de la aleación. El problema es indeterminado, puede ser determinado cuando se conoce la suma ó la diferencia de los pesos de los metales aleados.—Caso 2.º—Cuando son más de dos los metales aleados, aumenta la indeterminación del problema; solución que tiene. (Párrafo 300.)

Ejemplo: ¿Qué cantidad de plata hay que alear con 300 gramos de una pasta cuya ley es 0,805, para elevarla á 0,900?

Papeleta 10.ª

Caracteres generales de divisibilidad.—Procedimiento de investigación. Determinación y reproducción de los restos de las unidades sucesivas.—Forma de la unidad de un orden cualquiera.—Forma de una colección de unidades.—Forma de un número cualquiera.—Condición general de la divisibilidad.—Aplicaciones á los módulos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 y 11.—Tabla de restos. (Párrafos 72 al 80.)

Potencias en general.—Definiciones. Potencia, grado, base.—Potencia perfecta.—Potencia de un número cualquiera; de la unidad; de la unidad seguida de ceros.—TEOREMA 1.º La potencia de un cierto grado de una fracción es otra fracción cuyos términos son las potencias del mismo grado del numerador y denominador.—COROLARIO 1.º Las potencias de una fracción irreducible son fracciones irreducibles.—COROLARIO 2.º: Si un número entero no es potencia perfecta de otro entero, tampoco lo es una fracción.—TEOREMA 2.º Para elevar un número decimal á una potencia $m.^{ésima}$, se eleva como si fuera entero y después se separan m veces el número de cifras decimales que tiene el número.—Potencias de base implícita.—TEOREMA 1.º La potencia de un producto es el producto de las potencias del mismo grado de cada uno de los factores.—TEOREMA 2.° La potencia de un cociente es el cociente de las potencias de igual grado del dividendo y divisor.—TEOREMA 3.° Para elevar una potencia á otra potencia, se multiplican los exponentes.—Condiciones generales de potencialidad.—TEOREMA 1.° Para ser potencia perfecta del grado *m*, es preciso y basta que los exponentes de los factores primos sean múltiplos de *m*. COROLARIO: Si un número es potencia de grado par, el número de sus divisores es impar.—TEOREMA 2.° Para que una fracción irreducible sea potencia perfecta del grado *m*, es preciso y basta que lo sea cada uno de sus términos.—Potencias de expresión de relación.—TEOREMA 1.° Si dos números son congruentes, sus potencias del mismo grado lo son.—COROLARIO: El resto que da la potencia de un número al dividirla por un módulo, es el mismo que da la potencia de igual grado de su resto aditivo, con respecto á dicho módulo.—TEOREMA 2.° Si cuatro números forman igualdad fraccionaria, sus potencias de igual grado forman otra igualdad fraccionaria.—Cuadrado de un número.—Definición.—Teoremas referentes al cuadrado.—TEOREMA 1.° El cuadrado de la suma de dos números es igual al cuadrado del primero, más el cuadrado del segundo, más doble producto del primero por el segundo.—COROLARIO: Cuadrado de la diferencia.—Cuadrado de un número compuesto de decenas y unidades.—TEOREMA 2.° La suma de dos números, multiplicada por su diferencia, es la diferencia de cuadrados.—COROLARIO: La diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos es igual al doble del menor, más la unidad.—Caracteres de exclusión.—Número entero.—TEOREMA 1.° Todo número que termine en 2, 3, 7, 8 ó en número impar de ceros, no puede ser cuadrado perfecto.—TEOREMA 2.° Todo número que termine en 5, si no es 2 la cifra de las decenas y par la de las centenas, no puede ser cuadrado perfecto.—TEOREMA: 3.° Todo número divisible por una potencia impar de un factor primo, no puede ser cuadrado perfecto si no es divisible por la potencia siguiente del mismo factor.—TEOREMA 4.° Todo número impar que disminuído en una unidad no sea múltiplo de 8, no puede ser cuadrado perfecto.—Número fraccionario.—TEOREMA: Para que una fracción sea cuadrado perfecto, es preciso y basta que lo sea el producto de sus términos.—COROLARIO: Si uno de los términos es cuadrado perfecto, es preciso y basta, para que lo sea la fracción, que el otro término lo sea.—Número decimal.—TEOREMA: Para que un número decimal, compuesto de un número par de cifras decimales, sea cuadrado perfecto, es preciso y basta que lo sea considerado como entero.—COROLARIO: Si tiene un número impar de cifras decimales, no puede ser cuadrado perfecto. (Párrafos 170 al 178.)

Regla de conjunta.—Definición y algoritmo.—Procedimiento práctico.—TEOREMA: Los productos ordenados de varias equivalencias que tengan homogéneos el segundo miembro de cada una y el primero de la siguiente, forman otra equivalencia cuyo primer miembro pertenece á la primera especie y el segundo á la última.—Regla práctica. (Párrafos 301 al fin).

Ejemplo: Arbitrar el medio más ventajoso para remitir 50.000 pesesetas de Madrid á Londres, sabiendo que el cambio directo es de 33 pesetas, 35 por libra esterlina; el de Madrid con París, 32,40 por ciento beneficio, oro francés; el de París con Amsterdam, 190 florines holandeses por 214 francos, y el de Amsterdam sobre Londres, 10 libras por 116 florines.

Papeleta 11.ª

Números primos.—Definición.—Primos absolutos y primos entre sí.—Primeras proposiciones.—TEOREMA 1.° Todo número primo que no divide á otro, es primo con él.—TEOREMA 2.° Todo número que no es primo tiene un divisor primo.—COROLARIO: Si varios números no son primos entre sí, tienen un divisor común primo.—TEOREMA 3.° La serie de los números primos es ilimitada.—Formación de una tabla de números primos. TEOREMA 1.° Si en la serie natural de los números primos se parte de un número *n* y se tachan los que se encuentran de *n* en *n*, desaparecen los múltiplos de *n*.—TEOREMA 2.° Si hemos tachado en la serie natural de los números los múltiplos de los números primos 2, 3, 5... *p*, y es *q* el primero sin tachar después de *p*, *q* será el número primo inmediatamente superior á *p* y todos los inferiores á q^2 son primos.—Regla para formar una tabla de números primos. COROLARIO: Un número es primo cuando no es divisible por ninguno de los números primos cuyos cuadrados no sean mayores que él.—ESCOLIO.—(Párrafos 96 al 99.)

Potencias.—Cubo de un número.—Definición.—Teoremas relativos al cubo.—TEOREMA 1.° El cubo de la suma de dos números es igual al cubo del primero más el triplo del cuadrado del primero por el segundo, más el triplo del primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.—Cubo de una diferencia.—COROLARIO 1.°: Cubo de un número compuesto de decenas y unidades.—COROLARIO 2.° La diferencia de los cubos de dos números consecutivos es igual al triplo del cuadrado del menor, más el triplo de este menor, más una unidad.—Caracteres de exclusión.—Número entero.—TEOREMA 1.° Todo número que termine en ceros no podrá ser cubo perfecto, si el número de ceros no es múltiplo de tres.—TEOREMA 2.° Todo número que no sea múltiplo de 9, ó que aumentado ó disminuído en una unidad no sea múltiplo de este factor, no puede ser cubo perfecto.—TEOREMA 3.° Todo número que es divisible por un factor primo no puede ser cubo perfecto si no es también divisible por el cubo de dicho factor.—Número fraccionario.—TEOREMA 4.° Para que una fracción sea cubo perfecto, es preciso y basta que lo sea el producto del numerador por el cuadrado del denominador.—COROLARIO: Si uno de los términos es cubo perfecto, basta que lo sea el otro.—Número decimal.—TEOREMA 5.° Para que sea cubo perfecto un número decimal que tenga un número de cifras decimales múltiplo de tres, es preciso y basta que lo sea considerado como entero.—COROLARIO: Si un número decimal tiene un número de cifras decimales que no sea múltiplo de tres, no puede ser cubo perfecto. (Párrafos 178 al 181.)

Fondos públicos.—Definiciones.—Valor nominal.—Valor efectivo.—Cambio de emisión.—Renta á la par.—Tanto por ciento nominal.—Deuda amortizable.—Idem perpetua.—Problemas relativos á fondos públicos.—1.° Hallar el tanto por ciento de efectivo que produce un capital empleado en una renta, cuyo cambio corriente y tanto por ciento nominal se conoce.—2.° Qué cantidad debe invertirse en efectos públicos, cuyo tanto por ciento nominal y cambio son conocidos, para obtener cierta renta.—3.° Hallar la renta que produce un capital empleado en títulos cuyo cambio y tanto por ciento nominal se conocen.—4.° ¿Qué capital nominal puede adquirirse con uno efectivo, conocido el cambio corriente?—Calcular el valor efectivo de un cierto capital nominal, conociendo el cambio de cotización. (Párrafos 287 al 289.)

Ejemplo: ¿Qué cantidad se necesita emplear para obtener 3.000 pesetas de renta en 4 por 100 perpetuo, siendo 77,20 por 100 el cambio corriente?

Papeleta 12.ª

Teoremas referentes á los números primos.—Nuevas proposiciones.—TEOREMA 1.° Todo número primo que divide á un producto de varios factores, divide por lo menos á uno de ellos.—COROLARIO 1.° Todo número primo que divide una potencia, divide á la base.—COROLARIO 2.° Si dos números son primos entre sí, sus potencias también lo son.—TEOREMA 2.° Todo número primo con los factores de un producto, es primo con éste y recíprocamente.—COROLARIO: Todo número que divide á un producto y es primo con todos los factores menos con uno, divide á éste.—TEOREMA 3.° Si varios números primos entre sí dos á dos, dividen separadamente á un número, su producto también le divide.—COROLARIO: El *m. c. m.* de varios números primos entre sí dos á dos, es su producto.—ESCOLIO. Caracteres de divisibilidad.—Cuando un número es un producto de varios factores primos entre sí.

Descomposición en factores primos.—Posibilidad de efectuarla.—TEOREMA: Todo número compuesto, es el producto de un cierto número de factores primos.—Forma de un número con relación á sus factores primos.—Investigación de los factores primos de un número.—TEOREMA: No existe más que un sólo sistema de factores primos, cuyo producto sea igual á un cierto número.—Observación.—Abreviación de la descomposición. (Párrafos 99 al 104).

Raíz cuadrada.—Preliminares.—Definición y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.—Extracción de la raíz cuadrada en menos de una unidad.—Definiciones: Raíz por defecto; Raíz por exceso; Resto; Raíz entera.—Raíz cuadrada de un número entero. Caso 1.° Número menor que 100.—2.° Número mayor que 100.—TEOREMA 1.° La raíz cuadrada entera del número de las centenas de un número es exactamente el número de las decenas de su raíz.—TEOREMA 2.° Si de un número se resta el cuadrado de las decenas de la raíz cuadrada y se divide el número de las decenas del residuo así obtenido por el doble del número de las decenas de la raíz, resulta la cifra de las unidades ó un cociente mayor.—Comprobación de la cifra obtenida para las unidades de la raíz.—Regla práctica.—Proposiciones relativas al resto.—TEOREMA 1.° El resto que se obtiene al extraer por defecto en menos de una unidad la raíz cuadrada de un número entero no puede exceder al doble de dicha raíz.—TEOREMA 2.° Si el último resto es igual ó menor que la raíz hallada, ésta difiere por defecto de la verdadera en menos de media unidad, y si fuere mayor el número inmediatamente superior á la raíz hallada será la raíz por exceso con igual límite de error.—Prueba de la extracción.—Raíz cuadrada de un número fraccionario.—TEOREMA: La raíz cuadrada de una fracción, es la raíz cuadrada en menos de una unidad de su parte entera. (Párrafos 181 al 188.)

Interés.—Regla de interés compuesto

Tanto por uno.—Caso en que el tiempo no sea un número exacto de años. (Párrafo 282.)

Ejemplo: ¿Qué cantidad debe imponerse durante cuatro años á interés compuesto y al 4 por 100 anual, para percibir al fin de este plazo 9.325 pesetas?

Papeleta 13.ª

Investigación de los divisores de un número. Divisibilidad por descomposición.—TEOREMA: La condición necesaria y suficiente para que un número divida á otro, es que no contenga factores primos distintos de este otro, ni los contenga con mayores exponentes.—Formación de los divisores.—TEOREMA: Escribiendo en diversas líneas la unidad y las diversas potencias de los factores primos de un número desde la primera hasta la que contiene este número, y multiplicando entre sí los diversos términos de dichas líneas, como si fuesen sumandos de varias sumas, los términos del producto serán los divisores del número.—COROLARIO: El número de divisores de un número es el producto de los exponentes de sus factores primos aumentados en una unidad.—Determinación en factores primos del *m. c. d.* y del *m. c. m.*—TEOREMA 1.° El *m. c. d.* de varios números es el producto de sus factores primos comunes, afectados del menor exponente.—TEOREMA 2.° El *m. c. m.* de varios números es el producto de todos los factores primos, afectados del mayor exponente. (Párrafos 104 al 107.)

Raíz cúbica.—Preliminares.—Definiciones y algoritmo.—Condiciones á que debe satisfacer la extracción.—Raíz cúbica de un número entero ó fraccionario en menos de una unidad.—Definiciones: Resto: Parte entera de la raíz.—Raíz cúbica de un número entero.—Primer caso: Número menor que 1.000.—Segundo: Número mayor que 1.000.—TEOREMA 1.° La raíz cúbica entera de los millares del número es exactamente la cifra de las decenas de la raíz.—TEOREMA 2.° Si del número se resta el cubo de las decenas de la raíz, resulta la cifra de las unidades ó un cociente mayor.—Comprobación de la cifra obtenida para las unidades de la raíz.—Deducción de la regla para extraer la raíz cúbica.—Regla práctica. (Párrafos 192 al 196.)

Fondos públicos.—Definiciones.—Valor nominal.—Valor efectivo.—Cambio corriente.—Cambio de emisión.—Renta á la par.—Tanto por ciento nominal.—Deuda amortizable.—Deuda perpetua.—Problemas relativos á fondos públicos.—Primero: Hallar el tanto por ciento efectivo que produce un capital empleado en una renta, cuyo cambio corriente y tanto por ciento nominal se conocen.—Segundo: Qué cantidad debe invertirse en efectos públicos, cuyo tanto por ciento nominal y cambios son conocidos, para obtener cierta renta.—Tercero: Hallar la renta que produce un capital empleado en títulos, cuyo cambio y tanto por ciento nominal se conocen.—Cuarto: ¿Qué capital nominal puede adquirirse con un efectivo, conocido el cambio corriente?—Quinto: Calcular el valor efectivo de un cierto capital nominal, conociendo el cambio de cotización. (Párrafos 287 al 289.)

Ejemplo.—¿Cuál es el importe de la renta de 58.000 pesetas nominales de cédulas hipotecarias al cambio de 113,25 por 100?

Papeleta 14.ª

Propiedades de las fracciones ordinarias.—Magnitud.—Continua y discreta.—Múltiplo y parte alícuota.—Terminaciones avo y ésima.—Unidad.—Fracción—Unidad fraccionaria.—Cantidad.—Términos de la fracción.—Fracciones ordinarias.—Nomenclatura y escritura de la fracción.—Fracciones inversas.—Expresiones fraccionarias.—Número mixto.—Transformación de fracciones.—TEOREMA 1.° Si el numerador de una fracción se hace *m* veces mayor ó menor, la fracción se hace *m* veces mayor ó menor.—TEOREMA 2.° Si el denominador se hace *m* veces mayor ó menor, la fracción se hace *m* veces menor ó mayor.—TEOREMA 3.° El valor de una fracción no se altera multiplicando ó dividiendo sus dos términos por un mismo número.—Reducción á un común denominador.—Regla.—Transformación de la fracción mayor que la unidad.—Condición necesaria y suficiente para que una fracción sea igual á un número entero.—Convertir un número mixto en fracción.—Simplificación de fracciones.—Fracción irreducible.—TEOREMA 1.° Si una fracción tiene sus términos primos entre sí, cualquiera que sea igual tiene sus términos equimúltiplos de la primera.—COROLARIO: Una fracción cuyos términos son primos entre sí, es irreducible.—Regla para reducir una fracción á su más simple expresión.—Aplicación á una fracción cuyo numerador sea múltiplo del denominador.—COROLARIO 1.° Multiplicando los dos términos de una fracción irreducible por la serie natural de los números, se hallan todas sus equivalentes.—COROLARIO 2.° Dos fracciones irreducibles iguales, son idénticas.—Reducción de fracciones al mínimo común denominador.—Regla.—ESCOLIO (Párrafos 107 al 121).

Raíz cúbica.—Proposiciones relativas al resto.—TEOREMA: El resto de la raíz cúbica no puede exceder del triplo del cuadrado de la raíz, más el triplo de dicha raíz.—Prueba de la extracción.—Raíz cúbica de un número fraccionario.—TEOREMA: La raíz cúbica en menos de una unidad, de una fracción, es la raíz cúbica del número de unidades que contiene (Párrafos 196 al 199).

Razones y proporciones.—Definiciones.—Símbolo y expresión de la relación. TEOREMA: La relación de dos magnitudes de la misma especie, está expresada por el cociente de los números que la miden, tomando una tercera por unidad. Proporcionalidad. — Algoritmo. — Modo de reconocer la proporcionalidad.—TEOREMA 1.° Cuando dos magnitudes son proporcionales, si se multiplica un valor particular de una de ellas por un número, el valor correspondiente de la otra queda multiplicado por el mismo número. Recíprocamente.—TEOREMA 2.° Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, al multiplicar un valor de una de ellas por un número, el correspondiente de la otra queda dividido por el mismo número.—Recíprocamente.—Forma numérica de la proporcionalidad. Relación de sus valores numéricos (Párrafos 265 al 271).

Ejemplo: La guarnición de la ciudadela se compone de 1.800 hombres, y tiene víveres para tres meses, siendo la ración de cinco hectogramos diarios. Se aumenta dicha guarnición en 300 hombres, y se quiere que los víveres duren cuatro meses, ¿á cuánto debe reducirse la ración?

Papeleta 15.

Alteración de fracciones.—TEOREMA 1.° Si se suman término á término dos fracciones desiguales, la fracción resultante está comprendida entre ambas. COROLARIO: Si se suman término á término varias fracciones desiguales, la fracción resultante está comprendida entre la mayor y la menor.—TEOREMA 2.° Si añadimos un mismo número á los dos términos de una fracción, la resultante se aproxima á la unidad.—ESCOLIO.—COROLARIO: Si de los dos términos de una fracción se resta un mismo número, la fracción resultante se aleja de la unidad. Adición de fracciones.—Definición.—Casos elementales de adición.—Primero: sumar fracciones que tengan el mismo denominador.—Segundo: Sumar fracciones de distinto denominador.—Tercero: Sumar un entero y una fracción.—Adición de fracciones implícitas.—ESCOLIO: Otro procedimiento.—*Substracción:* Definición.—Casos elementales de la substracción.—Primero: Restar dos fracciones de igual denominador.—Segundo: Restar dos fracciones cualesquiera.—Tercero: Restar de un entero una fracción. ESCOLIO.—Cuarto: Restar un entero de una fracción impropia.—Substracción de fracciones implícitas.—ESCOLIO. (Párrafos 121 al 128.)

Números inconmensurables.—Teoría de los límites.—Definición.—Consecuencias: Límite de una variable, expresión de una variable.—Ejemplo notable de límite.—Proposiciones relativas á los límites.—TEOREMA 1.° Dos cantidades variables que permanecen constantemente iguales, tienen el mismo límite.—TEOREMA 2.° Si dos cantidades constantes están comprendidas entre dos variables cuya diferencia pueda ser tan pequeña como se quiera, dichas constantes son iguales.—TEOREMA 3.° El límite de la suma de varias variables, es la suma de sus límites.—ESCOLIO: El número de sumandos ha de ser limitado.—COROLARIO: El límite de la diferencia de dos cantidades variables es la diferencia de sus límites.—TEOREMA 4.° El límite del producto de varios factores variables es el producto de los límites.—El número de factores ha de ser limitado.—COROLARIO 1.° El límite de la potencia de una cantidad variable es la potencia de igual grado del límite de dicha variable.—COROLARIO 2.° El límite del cociente de dos variables es el cociente de los límites.—COROLARIO 3.° El límite de la raíz cuadrada ó de la cúbica de una variable es la raíz del mismo grado del límite de la variable.—ESCOLIO GENERAL: El límite del resultado de una operación cualquiera es el de la misma operación efectuada con los límites. (Párrafos 203 al 206.)

Descuento.—Definiciones; Descuento comercial y racional; Fundamento del descuento.—Descuento comercial.—Descuento racional.—Diferencia entre ambos descuentos. (Párrafos 283 al 287.)

Ejemplo: El descuento al 5 por 100 de una letra de 4.500 pesetas fué de 35,50 pesetas. ¿Qué tiempo falta para el vencimiento de la letra?

Papeleta 16.ª

Fracciones ordinarias.—Multiplicación.—Definición.—Consecuencias; no implica siempre aumento; medida de la magnitud.—Casos elementales de la multiplicación: 1.° $\frac{a}{m} \times p$; 2.° $m \times \frac{p}{q}$; 3.° $\frac{m}{n} \times \frac{p}{q}$. Producto de varios factores.—Multiplicación de fracciones implícitas:

$$(a + b + c)\,m;\ m = \frac{1}{q};\ m = \frac{p}{q};$$

$$(a - b) \times \frac{p}{q}.$$

Inversos de los anteriores: multiplicación de números mixtos.—ESCOLIO.—Fracciones de fracción, fracciones múltiples, fracción de la unidad á que equivalen. (Párrafos 128 al 133.)

Números concretos.—Nociones preliminares. — Definiciones. – Magnitudes que se someten al cálculo.—Múltiplos y submúltiplos del módulo ó unidad.—Denominación genérica de los módulos.—Sistema de pesas y medidas y monetario. Condiciones á que han de satisfacer todos los sistemas de pesas, medidas y monetario.—Sistema métrico decimal.—Legalidad de la adopción. —Unidad fundamental y unidades principales.—Unidades longitudinales, superficiales, de volumen, de capacidad, ponderales.—Observación.—Relación entre las unidades y sus múltiplos y submúltiplos.—Sistema monetario.—Monedas efectivas é imaginarias, de cuenta y cambio, ley ó título, talla ó pie, permisos.—Unidades de tiempo.—Unidades angulares. (Párrafos 237 al 248).

Anualidades. — Definición. — Problema de amortización: Determinar el valor de la anualidad destinada á extinguir en n años el préstamo c y sus intereses acumulados en el mismo tiempo.—Problema de capitalización: Calcular la anualidad que hay que imponer durante n años sucesivos para poder retirar cuando terminan el capital c.—Rentas vitalicias.—Definición.—Cálculo de la renta.—Vida probable. (Párrafos 289 al 294.)

Ejemplo: Se quiere crear un capital de 1.500 pesetas para librar de quintas á un individuo que tiene dieciséis años, ¿cuánto debe imponerse cada año, sabiendo que entra en quintas á los veintiuno y que el interés es el 5 por 100?

Papeleta 17.ª

Fracciones ordinarias.—División.—Definición.—Cociente completo de dos números enteros.—Casos elementales de división. 1.° $\frac{a}{b} : m$; 2.° $A : \frac{m}{n}$. División en forma implícita.—Fracciones complejas. Extensión de la notación fraccionaria.—Generalidades de ciertas proposiciones.—Principios fundamentales. TEOREMA 1.° Si se multiplica ó divide el numerador de una fracción compleja por un cierto número, la fracción queda multiplicada ó dividida por dicho número.—TEOREMA 2.° Si se multiplica ó divide el denominador de una fracción compleja por un cierto número, la fracción queda dividida ó multiplicada por dicho número.—TEOREMA 3.° Una fracción compleja no se altera si se multiplican ó dividen sus dos términos por un mismo número.—Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.—ESCOLIO.—Cómo pueden deducirse la resta y división. (Párrafos 133 al 143.)

Transformación de los números concretos en el sistema métrico.—Definiciones. — Número complejo é incomplejo; homogéneo y heterogéneo.—Reglas de transformación. —1.ª Incomplejo en otro incomplejo de orden inferior ó superior.—2.ª Complejo en incomplejo de orden inferior. —3.ª Complejo en incomplejo de un orden cualquiera. —4.ª Incomplejo en complejo de órdenes inferiores.—5.ª Incomplejo en complejo de órdenes superiores. (Párrafo 262.)

Regla de tres simple y compuesta. Dependencia de una magnitud de otras varias. - Cuestiones relativas á las magnitudes proporcionales.—Regla de tres simple y directa.—Idem inversa.—Regla de tres compuesta.—Forma numérica y propiedades de la proporcionalidad de varias magnitudes. (Párrafos 271 al 277.)

Ejemplo: Con una velocidad de 9m,35 por segundo, recorre una locomotora un cierto espacio en 28' 40'' ¿Qué velocidad deberá tener para salvar la misma distancia en 20 minutos?

Papeleta 18.ª

Igualdades fraccionarias. — Definición.—Extremos, medios.—TEOREMA. 1.° Producto de extremos igual al de medios.—Recíproca.—COROLARIO 1.° Un extremo es igual al producto de medios, dividido por el otro extremo —COROLARIO 2.° Pueden efectuarse con los términos de una igualdad fraccionaria, todas las transformaciones que no alteren la igualdad de los productos de extremos y medios. TEOREMA 2.° En toda igualdad fraccionaria, la suma ó diferencia de los numeradores, partida, respectivamente, por la suma ó diferencia de los denominadores, forma una fracción igual á cualquiera de las propuestas. —COROLARIO 1.° En toda igualdad fraccionaria, la suma de numeradores partida por su diferencia, es igual á la suma de denominadores partida por su diferencia.—COROLARIO 2.° La suma de numeradores partida por la de denominadores en una serie de igualdades fraccionarias, forma una fracción igual á cada una de ellas.—ESCOLIO.—TEOREMA 3.° La suma ó diferencia de los dos primeros términos dividida, respectivamente, por la suma ó diferencia de los otros dos, es igual al primero partido por el tercero, ó al segundo partido por el cuarto.—COROLARIO: La suma de los dos primeros términos partida por su diferencia, es igual á la suma de los otros dos dividida por su diferencia.—TEOREMA 4.° Cuando los numeradores ó denominadores son iguales, los demás términos forman una igualdad fraccionaria.—TEOREMA 5.° Si se multiplican término á término varias igualdades fraccionarias, los productos forman otra igualdad fraccionaria. — TEOREMA 6.° Si se dividen término á término dos igualdades fraccionarias, los cocientes forman otra igualdad fraccionaria. (Párrafos 143 al 145.)

Reglas para operar con los números concretos en el sistema métrico. Adición; regla. — Substracción; regla. — Multiplicación. — Definición. — Cuestión práctica que resuelve esta operación: Conocido un número concreto que expresa la equivalencia de una cierta unidad concreta, obtener el que corresponde á otro número concreto de la misma especie que esa unidad; regla práctica.—División.—Definición.—Cuestiones que pueden conducir á una división de concretos: 1.ª Conocido un número concreto, equivalente á una cierta unidad, hallar la equivalencia de otro concreto de la misma especie que el primero. - Regla. - 2.ª Conocido un número concreto, al cual equivale otro segundo también concreto y de cualquier especie, hallar la equivalencia de una unidad de la especie del primero de estos números. —Regla. (Párrafo 263.)

Interés simple. — Definición.—Renta. Tanto por ciento.—Clases de interés.—Proporcionalidad de las magnitudes relativas al interés simple. - Problemas diversos en la regla de interés simple.—Caso particular de la regla de interés simple. (Párrafo 278 al 282.)

Ejemplo: ¿Qué interés producirá en dos años y un mes la cantidad de 18.000 pesetas impuestas al 5'5 por 100?

Papeleta 19.ª

Raíz cuadrada de las fracciones sin aproximación fija.—Reglas operativas en cada caso.—TEOREMA 1.° Para extraer la raíz cuadrada de una fracción cuyo denominador es cuadrado perfecto, se extrae la de su numerador y se divide por la del denominador. — COROLARIO: Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal compuesto de un número par de cifras decimales, se opera como si fuera entero, y de la raíz cuadrada se separa la mitad del número de cifras decimales.—TEOREMA 2.° La raíz cuadrada de una fracción irreducible cuyo denominador no es cuadrado perfecto, se extrae convirtiéndola en otra que cumpla esta condición. —COROLARIO: Para extraer la raíz cuadrada de un número decimal compuesto de un número impar de cifras decimales, se le agrega un cero y se opera como en el caso en que dicho número es par.—Raíz cuadrada con aproximación fijada.—Definición.—Procedimiento general.—TEOREMA: La raíz de un número N en menos de $\frac{1}{q}$ se encuentra extrayendo la raíz en menos de una unidad del producto Nq^2 y dividiéndolo por q.—COROLARIO 1.° La raíz cuadrada de un número entero con un error menor que $\frac{1}{10^q}$ se halla escribiendo $2q$ ceros á su derecha y separando de la raíz cuadrada del número así formado, q cifras decimales. COROLARIO 2.° La raíz cuadrada de una fracción ordinaria en menos de $\frac{1}{10^q}$, se obtiene reduciendo la fracción á decimales con $2q$ cifras decimales, prescindiendo de la coma, y en la raíz del número así formado, separando el número de cifras decimales pedidas.—COROLARIO 3.° Para obtener la raíz cuadrada de un número decimal en menos de $\frac{1}{10^n}$ se toman $2n$ cifras decimales, prescindiendo de las de orden inferior ó agregando ceros si no hubiera número suficiente; y se extrae después la raíz cuadrada del número decimal que así se obtiene.—Raíz cuadrada de los números implícitos.—Procedimiento general y casos particulares.—Raíz de un producto.—Raíz de un cociente.—Raíz de una potencia par. (Párrafos 188 al 192.)

Operaciones con los números inconmesurables.—Medida de la magnitud inconmensurable.—Definición.—Qué otros números inconmensurables pueden considerarse en la Aritmética, además de los procedentes de medir la magnitud.—Concepto de las operaciones con números inconmensurables.—Suma, resta y multiplicación. (Párrafos 206 y 207 hasta la división.)

Números concretos.—Problemas que se resuelven por la correlación de unidades métricas.—1.° Pasar de capacidad á volumen, y al contrario.—2.° Conocido el volumen, calcular el peso, y al contrario. 3.° Hallar el peso de un cuerpo, conocida su capacidad, y al contrario. (Párrafo 264.)

Ejemplo: Determinar las unidades de capacidad que corresponden á una cantidad de aceite de oliva que pesa 558 kilogramos 900 gramos, siendo 0,92 su densidad.

Papeleta 20.

Máximo común divisor de varios números.—Principio fundamental. TEOREMA: El *m. c. d.* de varios números no se altera sustituyendo dos de ellos por su *m. c. d.*—Procedimiento.—Teoremas relativos al *m. c. d.* de varios números.—TEOREMA 1.° Todo divisor de varios números lo es de su *m. c. d.*—TEOREMA 2.°

Si se multiplican ó dividen varios números por otro, su *m. c. d.* queda multiplicado ó dividido por este otro.—COROLARIO: Si se dividen varios números por su *m. c. d.*, los cocientes son primos entre sí.—Recíproca.

Mínimo común múltiplo de varios números.—Principio fundamental.—TEOREMA: El *m. c. m.* de varios números no se altera si sustituímos dos de ellos por su *m. c. m.*—Procedimiento.—Teoremas relativos al *m. c. m.* de varios números.—TEOREMA 1.° Todo múltiplo de varios números lo es de su *m. c. m.*—TEOREMA 2.° Si se multiplican ó dividen varios números por otro, su *m. c. m.* queda multiplicado ó dividido.—TEOREMA 3.° Si se divide el *m. c. m.* de varios números por cada uno de ellos, los cocientes son primos entre sí.—Recíprocamente. (Párrafos 88 al 91 y 93 al 96.)

Operaciones con los números inconmensurables.—División.—Potencias.—Raíces.—Generalización de las reglas del cálculo.—1.° El orden de factores no altera el producto.—2.° Para multiplicar dos fracciones de términos inconmensurables se multiplican los numeradores y al producto se pone por denominador el producto de denominadores.—3.° Multiplicar una suma indicada de números inconmensurables por otro inconmensurable.—5.° Toda magnitud inconmensurable es igual á la unidad multiplicada por su medida. (Párrafos 207, desde la división, y 208.)

Regla de compañía.—Definición.—Participaciones proporcionales.—Descomponer una cantidad en partes proporcionales á varios números dados.—Fórmulas de la Regla de compañía. (Párrafos 294 al 297.)

Ejemplo: Repartir 72.000 pesetas entre tres personas, de manera que la segunda tenga tres veces más que la primera y la tercera dos veces más que la segunda.

ALGEBRA.—Texto: Salinas y Benítez

Cuarta edición (1905)

Papeleta 1.ª

Nociones fundamentales.—Definiciones y notación simbólica.—Función.—Ley matemática.—Problema.—Dependencia entre los datos y las incógnitas.—Casos en que se obtendrá la incógnita en forma explícita.—Idem en forma implícita.—Definición del Algebra.—Concepto cuantitativo y cualitativo de las magnitudes.—Notación algebraica.—Necesidad de adoptar signos y símbolos para representar las leyes que ligan las funciones con sus variables.—Ejemplo aclaratorio. Determinar dos números tales que el primero aumentado en tres unidades sea igual al duplo del segundo, y que el segundo sea igual al primero disminuído en cinco unidades.—Signos que se emplean para expresar las operaciones y relaciones de las cantidades entre sí.—Fórmula. (Párrafos 1 al 7.)

Elevación á potencias.—Definición.—Algoritmo—Potencia de un monomio.—Regla.—Fórmula de la potencia de un binomio: sus ventajas.—Procedimiento para su determinación; ley de formación de los coeficientes; su determinación sucesiva y forma general; fórmula de la potencia de un binomio. (Párrafos 64 al 66 y del 67 hasta las observaciones.)

Resolución de las ecuaciones.—Preliminares.—Identidad.—Ecuación.—Raíz. Sistema de ecuaciones; solución del sistema; ecuaciones y sistemas equivalentes. Procedimientos para plantear los problemas; partes que hay que considerar; regla para el planteo.—Ejemplo: Hallar un número tal que agregándole *n*, la suma sea *p* veces dicho número. (Párrafos 112 al 116.)

Ejercicio: Resolución del siguiente problema: Hallar la profundidad de un pozo de mina dejando caer una piedra en él y contando el tiempo, expresado en segundos, desde el momento de soltar la piedra hasta el en que se percibe el sonido de su llegada al fondo. (Párrafo 162, problema 7.°)

Papeleta 2.ª

Cualidad de la magnitud.—Definición. Cantidades positivas y negativas.—Ejemplos para aclarar la diferencia que existe entre aquéllas y éstas.—Relaciones entre los valores de una magnitud.—Valores absolutos y relativos.—Efecto producido por la reunión de los números que miden dos estados, uno positivo y otro negativo de una misma magnitud. Proposiciones que se deducen del carácter opuesto de las cantidades positivas y negativas.—1.ª Toda cantidad negativa es menor que cualquiera otra positiva.—2.ª Toda cantidad negativa es menor que cero.—3.ª De dos cantidades negativas es menor la que tiene mayor valor absoluto. Algoritmo algebraico. (Párrafos 7 al 10.)

Fórmula de la potencia de un binomio.—Propiedades de esta fórmula.—1.ª El desarrollo obtenido es un polinomio homogéneo y del grado *m*, respecto á las letras *a* y *x*.—2.ª El coeficiente de un término multiplicado por el exponente de *x* en el mismo y dividido por el de *a* más una unidad, es el coeficiente del siguiente.—3.ª El denominador de cada coeficiente es el producto de la serie natural de los números, hasta el que indica los términos que preceden al considerado, y el numerador, el producto de otros tantos factores sucesivos descendentes á partir de *m*.—4.ª El número total de términos es $m+1$.—5.ª Los términos equidistantes de los extremos tienen igual coeficiente.—6.ª Los coeficientes aumentan desde el primero hasta el del término medio si *m* es par, ó hasta el último de la primera mitad si es impar.—7.ª La forma del desarrollo $(x-a)^m$ es igual á la de $(x+a)^m$, siendo alternativamente positivos y negativos los términos.—8.ª La suma de los coeficientes es igual á 2^m y la suma de los de lugar par es igual á los de lugar impar. (Párrafo 67, observaciones.)

Transformaciones que puede experimentar una ecuación.—Objeto de las transformaciones.—Teoremas fundamentales de transformación.—TEOREMA 1.° Cuando á los dos miembros de una ecuación se les agrega ó resta una misma cantidad númerica ó algébrica, se obtiene una ecuación equivalente.—COROLARIO: En toda ecuación puede suprimirse un término cualquiera de un miembro, llevándole al otro, con signo contrario.—TEOREMA 2.° Una ecuación se transforma en otra equivalente si se multiplican los dos miembros por una misma expresión numérica ó algébrica, siempre que ésta no contenga las incógnitas y sea distinta de cero y del infinito.—COROLARIO: Cuando algunos términos son fraccionarios y los denominadores no contienen ninguna incógnita, dicha ecuación puede transformarse en otra equivalente, cuyos términos sean enteros.—ESCOLIO: Caso de que en una ecuación con una sola incógnita, algún término tenga la incógnita en el denominador, si la ecuación tiene más de una incógnita, no puede asegurarse que quitando denominadores se obtenga una ecuación equivalente cuando en ellos entra alguna de las incógnitas.—TEOREMA 3.° Los dos miembros de una ecuación pueden dividirse por una cantidad, siempre que ésta no contenga á las incógnitas y sea distinta de cero ó infinito.—TEOREMA 4.° Si se elevan los dos miembros de una ecuación á una misma potencia, la nueva ecuación que resulta no es, en general, equivalente á la primera.—TEOREMA 5.° Si se extraen raíces de igual orden de los dos miembros de una ecuación, pueden perderse algunas soluciones: comprobación, extrayendo las raíces cuadradas en la ecuación $A^2=B^2$. (Párrafos 116 al 118.)

Ejercicio: Resolución del siguiente problema: Hallar un número que aumentado en nueve veces su inverso, sea igual á 3. (Párrafo 162, problema 5.°)

Papeleta 3.ª

Concepto de las operaciones de Algebra.—Necesidad de nuevas definiciones.—*Adición.*—Definición; procedimiento.—Consecuencias: 1.ª La adición algebraica, no supone aumento.—2.ª El orden de sumandos no altera la suma.—3.ª Toda serie de adiciones y substracciones puede considerarse como una suma algebraica. *Substracción.*—Definición; procedimiento. Consecuencia: La substracción algebraica no supone disminución en el minuendo. (Párrafos 10 al 13).

Potencias y raíces de las expresiones algebraicas.—*Elevación á potencias.* Fórmula de la potencia de un polinomio.—Notaciones.

$$1.^a\ \sum_{n=m}^{n=m'} f(n) \qquad 2.^a\ \prod_{n=m}^{n=m'} f(n)$$

Aplicación de estas notaciones á la fórmula del binomio.—Nueva expresión del término general del binomio.—Empleo de la última notación en la fórmula del binomio.—Fundamentándose en ella hallar el desarrollo de la fórmula: $(a+b+c+d+\ldots..+l)^m$.—Aplicar el desarrollo obtenido al cuadrado y al cubo de un polinomio.—Variación de las potencias de una cantidad.—TEOREMA 1.° Las potencias sucesivas de una cantidad mayor que la unidad son mayores que la unidad y crecen ilimitadamente.—TEOREMA 2.° Las potencias sucesivas de una cantidad menor que la unidad, son menores que la unidad y decrecen, siendo su límite cero. (Párrafos 68 al 70.)

Caso en que es muy pequeño el coeficiente del término de segundo grado.—Inconvenientes de la fórmula general.—Cálculo de la menor raíz por aproximaciones sucesivas. (Párrafos 163 al 165.)

Ejercicio: Resolver el siguiente problema: El número de centinelas de un castillo es tal, que el producto de los dos números inmediatamente superiores á él, iguala á 13, más 15 veces ese mismo número que quiere calcularse. (Párrafo 162, problema 4.°)

Papeleta 4.ª

Concepto de las operaciones del Álgebra.— *Multiplicación.* — Definición: Regla de signos.—Producto de varios factores.—Consecuencias: 1.ª El orden de los signos no altera el que corresponde al producto.—2.ª El producto total variará de signo cuando varíe el de uno de los factores.—*División.*—Definición.—Regla de signos.—Consecuencia: Cuándo variará el signo del cociente y cuándo permanecerá siendo el mismo.—*Elevación á potencias.*—Definición.—Signo de la potencia.—*Extracción de raíces.*—Definición.—Signo de la raíz.—Forma imaginaria. (Párrafos 13 al 17.)

Extracción de raíces.—Definición.—Algoritmo.—Raíces de los monomios.—Regla: Condiciones para que un monomio tenga raíz exacta.—Variación de las raíces de una cantidad.—TEOREMA 1.º—Las raíces de una cantidad mayor que la unidad, son mayores que ésta y menores que dicha cantidad; disminuyen cuando aumenta el índice, y el límite inferior es la unidad.—TEOREMA 2.º Las raíces de una cantidad menor que la unidad, son menores que ésta y mayores que dicha cantidad; aumentan con el índice, y su límite superior es la unidad. (Párrafos 70 al 73 y 76.)

Transformaciones que puede experimentar un sistema de ecuaciones.—Objeto de la transformación.—Transformaciones aisladas.—Idem de combinación. TEOREMA 1.º En un sistema de ecuaciones puede sustituirse una de ellas por la que resulte de sumarla, miembro á miembro, con otra cualquiera del sistema.—COROLARIO: Una ecuación de un sistema puede reemplazarse por la que resulte sumándola algebraicamente y miembro á miembro, con varias de las demás.—TEOREMA 2.º En un sistema de ecuaciones puede, en general, sustituirse una de ellas por la que se obtiene multiplicándola miembro á miembro, con otra cualquiera del sistema.—COROLARIO: En un sistema puede, en general, reemplazarse una ecuación por la que resulte de multiplicarla, miembro á miembro, por cualquiera de las demás. TEOREMA 3.º Una ecuación de un sistema puede, en general, reemplazarse por la que resulta de dividirla, miembro á miembro, por otra del sistema.—TEOREMA 4.º En un sistema de ecuaciones puede sustituirse una de ellas por la que se obtenga sumándole ó restándole las potencias de igual grado de los dos miembros de otra cualquiera del sistema.—COROLARIO: Una ecuación puede substituirse por la obtenida sumándole algebraicamente las potencias de otras varias del sistema, multiplicadas por números cualesquiera, siempre que sean los mismos los grados y los factores de los miembros de cada una.—TEOREMA 5.º En un sistema de ecuaciones no es posible, en general, reemplazar una por la que resulte de sumarle ó restarle ordenadamente las raíces de igual orden de otra del sistema. (Párrafos 120 al 123.)

Combinaciones de desigualdades.—1.ª Puede sumarse miembro á miembro varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido.—2.ª Se pueden restar miembro á miembro dos desigualdades que se verifiquen en sentido contrario; dando á la desigualdad diferencia el signo de la que hace de minuendo. 3.ª Pueden multiplicarse miembro á miembro varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido y cuyos miembros sean todos positivos.—4.ª Pueden dividirse miembro á miembro dos desigualdades que se verifiquen en sentido contrario y cuyos miembros sean todos positivos, dando á la desigualdad cociente el signo de la desigualdad dividendo ó signo contrario á la de divisor.—Desigualdades de primer grado con una incógnita.—1.º Resolver una sola desigualdad.—2.º Resolver varias desigualdades con una sola incógnita. (Párrafos 142 y 144.)

Ejercicio: Resolver el problema siguiente: El denominador de una fracción ordinaria, irreducible, excede en 6 unidades á su numerador, y toda ella en $\frac{1}{12}$ á la que se obtiene disminuyendo una unidad á los dos términos, ¿cuál es esta fracción? (Párrafo 162, problema 3.º)

Papeleta 5.ª

Expresiones algebraicas.—Definición.—Monomio y polinomio. — Definición.—Cantidades incomplejas.—Cantidades complejas.—Términos semejantes. Cantidades racionales.—Cantidad entera. Cantidad fraccionaria.—Cantidades irracionales.—Valor numérico de una expresión algebraica.—Expresiones equivalentes.—Grado de una expresión.—Grado de un monomio entero.—Grado de un polinomio entero.—Grado de un monomio ó un polinomio con respecto á una letra que no contiene.—Grado de las expresiones fraccionarias é irracionales. — Expresiones homogéneas.—Polinomio homogéneo.—Ordenación de polinomios.—Letra ordenatriz.—Polinomio completo é incompleto.—Casos: 1.º Que el polinomio contenga dos letras y sea homogéneo.—2.º Que el polinomio considerado contenga varios términos, en los cuales la letra ordenatriz lleve el mismo exponente.—Generalización del convenio de la ordenación.—Simplificación de polinomios.—Regla práctica. (Párrafos 17 al 26.)

Potencias y raíces de las expresiones algebraicas.—Extracción de raíces. Raíces de los polinomios.—Regla.—Aplicación de la regla á la extracción de la raíz cuadrada de un polinomio.—Condiciones para que un polinomio sea potencia perfecta.—Raíz inexacta de los polinomios. (Párrafos 73 al 76.)

Ecuaciones.—Forma general de una ecuación.—Clasificación de las ecuaciones.—Ecuación de primer grado con una incógnita.—Resolución de la ecuación.—Discusión de la fórmula.—1.er caso: Indeterminación.—2.º caso: Imposibilidad. (Párrafos 118, 119, 123 y 124.)

Ejercicio: Resolver el problema siguiente: Hallar en la recta que une dos focos luminosos, A y B, el punto igualmente iluminado.—Discusión de la fórmula: 1.º $a > b$; 2.º $a = b$, si al mismo tiempo $d = o$; 3.º $a < b$. (Párrafo 162, problema 6.º)

Papeleta 6.ª

Operaciones elementales con las expresiones algebraicas y propiedades de los polinomios enteros.—Preliminares.—Objeto del cálculo algebraico.—Carácter de las operaciones algebraicas.—Adición.—Definición.—Algoritmo de la operación.—Procedimiento operativo.—Casos: 1.º Adición de monomios.—2.º Adición de monomio y polinomio.—3.º Adición de polinomios.—Regla general para sumar varias expresiones algebraicas.—Consecuencias. —Substracción.—Definición.—Algoritmo de la operación.—Procedimiento operativo.—Regla para restar dos expresiones algébricas.—Consecuencias: 1.º Un polinomio cualquiera puede considerarse como la expresión de la diferencia de otros. 2.º Todo polinomio equivale á la diferencia entre la suma de sus términos positivos y negativos. 3.º Todos los términos de cualquier polinomio pueden encerrarse en un paréntesis, con diversos signos, afectando á dicho paréntesis del signo menos. (Párrafos 26 al 36.)

Progresiones por diferencia.—Definiciones: Términos; razón; progresiones crecientes, decrecientes, limitadas, indefinidas y doblemente indefinidas.—Algoritmo.—Propiedades.—TEOREMA 1.º En toda progresión, un término es igual á otro anterior á él, más el producto de la razón por el número de los que le preceden á partir del considerado.—Recíproco. Caso en que se tome para comparar un término, el primero de la progresión.—TEOREMA 2.º Los términos de una progresión por diferencia creciente é indefinida, pueden ser mayores que cualquier cantidad.—TEOREMA 3.º La suma de los términos equidistantes de los extremos es constante é igual á la de los extremos. TEOREMA 4.º La suma de todos los términos de una progresión limitada es igual á la semisuma de los términos extremos multiplicada por el número de términos de la progresión.—Fórmula de la suma en función del primer término. Aplicación á la suma de la serie natural de los números y á la de los impares.—Interpolación diferencial.—Definición.—Procedimiento y signo de la razón.—TEOREMA 1.º Si entre cada dos términos consecutivos de una progresión por diferencia interpolamos el mismo número de medios, resulta una sola progresión.—TEOREMA 2.º Si entre dos cantidades a y b se interpolan $p - 1$ medios diferenciales, y después $p' - 1$ entre cada dos términos de la progresión resultante, se hallará una progresión idéntica á la que se hubiera formado interpolando $pp' - 1$ medios entre las dos primeras cantidades. (Párrafos 77 al 81.)

Teoría elemental de la eliminación.—Definición. — Necesidad de la eliminación.—Método de substitución.—Método de igualación.—Método de reducción.—Método de factores indeterminados. (Párrafos 125 al 131.)

Ejercicio. — Resolver el problema siguiente: Ha sido preciso vender un reloj en 22,75 pesetas, rebajando su coste primitivo en un tanto por ciento igual al número de pesetas que costó, ¿cual fué su precio. (Párrafo 162, problema 1.º)

Papeleta 7.ª

Operaciones algebraicas.—Multiplicación.— Definición. —Algoritmo de la operación.—Procedimiento operativo.—Casos: 1.º Multiplicación de monomios enteros.—2.º Multiplicación de un polinomio por un monomio.—3.º Multiplicación de polinomios. (Párrafos 36 al 39.)

Progresiones por cociente.— Definición; términos; razón; clases de progresiones. — Algoritmo. — Propiedades. — TEOREMA 1.º En toda progresión un término es igual á otro anterior, multiplicado por una potencia de la razón cuyo exponente es el número de términos que median entre él y el considerado.—Recíproca.—Caso en que se tome el primer término como término de comparación.—TEOREMA 2.º Los términos de una progresión creciente é indefinida pueden llegar á ser mayores que cualquiera cantidad, y los de una decreciente tienen por límite cero.— TEOREMA 3.º El producto de los términos equidistantes de los extremos es igual al de estos extremos.—TEOREMA 4.º El producto de todos los términos, es la raíz cuadrada del producto de los extremos elevado á una potencia, cuyo exponente es el número de términos; aplicaciones. — TEOREMA 5.º La suma de los términos de una progresión limitada, es la diferencia entre el producto del último por la razón y el primero, y dividida por la razón menos la unidad; extensión de la fórmula á los casos en que c es menor ó igual á la unidad; límite de la suma en las progresiones indefinidas. (Párrafos 81 al 84.)

Ecuaciones de primer grado.—Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. — Resolución: 1.º Por sustitución. — 2.º Por igualación.—3.º Por reducción.— 4.º Por factores indeterminados.—Observaciones: 1.º El denominador es el mismo en ambos, y el numerador de cada una se obtiene reemplazando en aquél los coeficientes por los segundos miembros. 2.ª Si en las ecuaciones propuestas se sustituye a, b y c por sus correspondientes a', b' y c' y al contrario, la primera ecuación se convierte en la segunda, y al contrario.—3.ª Permutando en las ecuaciones a y a' con b y b' y x con y, el sistema no varía. (Párrafos 131 al 133.)

Ejercicio. — Resolver el problema siguiente: Se han embarcado en un vapor 360 toneladas de carbón, debiendo repartirse por igual entre cada uno de los días que debe durar el viaje; al emprender este, se navegaron cuatro días á la vela, aumentando así en 3 toneladas la cantidad de carbón disponible por día. ¿Cuánto duró la navegación? (Párrafo 162, problema 2.°)

Papeleta 8.ª

Operaciones algebraicas. — Multiplicación.—Observaciones: 1.ª Con objeto de facilitar la reducción de términos semejantes, qué es lo que se hace con el multiplicando y multiplicador.—2.ª Caso en que la letra ordenatriz éntre con el mismo exponente en varios terminos.—3.ª Si los factores polinomios son más de dos, qué operación se ejecuta.—Consecuencias: 1.ª De dónde proviene el primer término del producto, cuando se multiplican dos polinomios ordenados.—2.ª Número de términos del producto.—3.ª Grado del producto de dos factores.—4.ª En el caso de que los factores sean homogéneos, qué deberá ser el producto.—Cambio de signo de una letra. (Párrafos 39 al 42.)

Progresiones por cociente. — Interpolación proporcional.—Definición, procedimiento.—TEOREMA 1.° Si entre cada dos términos de una progresión se interpola el mismo número de medios, resulta una sola progresión. — TEOREMA 2.° Si entre a y b interpolamos $p-1$ medios proporcionales y después interpolamos $p'-1$ medios entre cada dos términos de la progresión formada, resulta una progresión igual á la formada, interpolando $pp'-1$ entre a y b.—TEOREMA 3.° Interpolando un número suficientemente grande de medios proporcionales entre los términos de una progresión por cociente, podremos conseguir que la diferencia entre dos términos consecutivos sea tan pequeña como se quiera.—Cálculo de las anualidades. — Anualidad de amortización.—Anualidad de capitalización. — Parte de la q.ésima anualidad destinada á la amortización de capital.—Aplicación de las progresiones por cociente á las fracciones decimales periódicas. (Párrafos 85 al 88.)

Sistemas generales de ecuaciones de primer grado.—Diferentes clases de sistemas.—1.ª Forma determinada.—2.ª Forma indeterminada.—3.ª Forma de incompatibilidad.— Primera clase: Regla para resolver el sistema.—Observaciones: 1.ª Caso en que es determinado; 2.ª Idem indeterminado; 3.ª Idem imposible; 4.ª Modo de efectuar la eliminación en la práctica; 5.ª Casos particulares.

Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$4\,x+3\,y-5\,z=8$$
$$5\,x+6\,y-2\,z=47$$
$$2\,x-4\,y+9\,z=23$$

(Párrafos 135 al 137.)

Ejercicio.—Resolver el problema siguiente: Con dos vinos, cuyos precios son a y b céntimos el litro, se desea formar una mezcla de d litros, cuyo precio sea c céntimos el litro. (Párrafo 140, problema 9.°)

Papeleta 9.ª

Operaciones algebraicas.— División. Definición.—Algoritmo de la operación. Procedimiento operativo.—Casos: 1.° División de dos potencias de una misma cantidad.—2.° División de monomios enteros.—3.° División de un polinomio por un monomio.—4.° División de dos polinomios. (Párrafos 42 al 45.)

Logaritmos y su aplicaciones.—Preliminares. — Definición de logaritmo; restricción de la definición á las progresiones propuestas; extensión de la misma al logaritmo de un número interpolado en la progresión por cociente; condición para que un número conmensurable y mayor que uno pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero y cuyo primer término es la unidad; condición para que un número conmensurable y menor que la unidad pueda formar parte de la progresión por cociente, cuya razón es un número entero y cuyo primer término es la unidad; todo número conmensurable puede entrar en la progresión por diferencia si r es conmensurable.—Sistema de logaritmos.—Un número tiene infinitos logaritmos y un mismo logaritmo lo es de infinidad de números.—Base del sistema. Algoritmo de los logaritmos comunes y neperianos.—Consecuencias: 1.ª En todo sistema de logaritmos, el logaritmo de la unidad es cero y el logaritmo de la base es la unidad.—2.ª Si la base es mayor que 1, á mayor número corresponde mayor logaritmo.—El logaritmo de infinito es infinito.—El logaritmo de cero es menos infinito.—Consecuencias si la base es menor que 1.—Los números negativos carecen de logaritmo. (Párrafos 88 al 93.)

Ecuaciones de primer grado.—Forma indeterminada.—Número de soluciones.—Caso en que el sistema será imposible.—Regla.—Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$2x+3y-4z+2u=-6$$
$$4x-3y+2z-3u=7$$

Forma de incompatibilidad. — Caso en que existen coeficientes indeterminados: ecuaciones de condición.—Caso en que el sistema es determinado ó indeterminado.—Regla.—Resolver el sistema de ecuaciones siguiente:

$$x+y=3+2b$$
$$x-y=2a-1$$
$$bx-ay=a^2+b^2$$
$$ax+by=a^2+b^2+5$$

determinando los valores de a y b que hacen soluble el sistema. (Párrafos 137 al 139.)

Ejercicio. — Resolver el problema siguiente: Hallar un número que, dividido por el exceso sobre la unidad de otro número dado a, y multiplicando el cociente por el cuadrado de ese mismo número conocido, dé un producto igual á dicho cociente más 8. (Párrafo 140, problema 8.°).

Papeleta 10.ª

Operaciones algebraicas.—División. Observaciones: 1.ª No hay necesidad de escribir el producto del primer término del divisor por cada término del cociente.—2.ª Qué se hace cuando la letra ordenatriz entra en varios términos del dividendo y divisor con iguales exponentes. 3.ª Grado del cociente.—4.ª Dividendo y divisor homogéneos.—5.ª Ordenación del dividendo cuando carece de alguna potencia la letra ordenatriz.—6.ª Caso en que el cociente de dos polinomios es un monomio.—Condiciones para que un polinomio sea divisible por otro.—División inexacta. (Párrafos 45 al 48.)

Propiedades de los logaritmos. — Proposiciones generales: TEOREMA 1.° El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de los factores.—Generalización á un número cualquiera de factores.—COROLARIO 1.° El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor; el logaritmo de una fracción es igual...— El logaritmo de un número entero es igual y de signo contrario al de su inverso, y el de una fracción, igual y de signo contrario al de su inversa. — COROLARIO 2.° El logaritmo de la potencia de un número es igual al exponente por el logaritmo de la base.—COROLARIO 3.° El logaritmo de la raíz de un número es igual al logaritmo del número dividido por el índice de la raíz. (Párrafo 93 hasta el teorema 2.°)

Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. — Discusión; su objeto. — Primer caso: El denominador común $ab'-ba'$ es distinto de cero; acuerdo de las fórmulas con las soluciones de la ecuación.—Segundo caso: El denominador es cero, y uno al menos de los coeficientes es distinto de cero y $cb'-bc' \gtrless o$ ó $cb'-bc'=o$; acuerdo de las fórmulas con las consecuencias deducidas de la ecuación; forma de poner de manifiesto en las ecuaciones la imposibilidad ó indeterminación que dan las fórmulas; consecuencias de las hipótesis de este caso.—Tercer caso: El denominador y todos los coeficientes se reducen á cero; consecuencias.—Ecuaciones homogéneas. (Párrafos 133 al 135.)

Ejercicio. — Resolver el problema siguiente: Obtener un número tal, que restando de su duplo la tercera parte del cuádruplo del que se halla aumentándole 5, el resultado sea igual al número que se obtiene después de restar 6 á los dos tercios del que se pide, disminuído en una unidad. (Párrafo 140, problema 7.°)

Papeleta 11.ª

Operaciones algebraicas. — Casos particulares de la división.—1.° Dividir $x^m - a^m$ por $x - a$. — 2.° Dividir $x^m + a^m$ por $x - a$.—3.° Dividir $x^m - a^m$ por $x + a$.—4.° Dividir $x^m + a^m$ por $x + a$.—Determinando en cada caso la ley del cociente y la condición de divisibilidad. (Párrafo 48.)

Propiedades de los logaritmos. — TEOREMA 2.° Cuanto mayores son dos números y menor su diferencia, tanto menor es la diferencia de sus logaritmos.—TEOREMA 3.° Las diferencias de dos números no son proporcionales á las diferencias de sus logaritmos; pero esta proporcionalidad es tanto más aproximada cuanto mayores son los números y menor su diferencia. (Párrafo 93.)

Teoría de las desigualdades. — Principios fundamentales.—Definición. —Una desigualdad no cambia de sentido ó no se altera sumando ó restando una misma cantidad á sus dos miembros.—Consecuencias de este principio.—Una desigualdad no se altera multiplicando ó dividiendo sus dos miembros por una cantidad positiva, y cambian de sentido multiplicando ó dividiendo dichos miembros por una negativa.—Consecuencia: Qué debe hacerse al cambiar de signo á todos los términos de la desigualdad.—Pueden elevarse los dos miembros de una desigualdad á una potencia cualquiera de grado impar; y á una potencia de grado par, cuando sus miembros sean positivos.—Se puede extraer raíces de orden impar, de los dos miembros de una desigualdad cualquiera, y raíces de orden par, cuando sus miembros sean positivos y se tomen las raíces positivas.—Combinaciones de igualdades con desigualdades.—Demostrar: 1.° Una igualdad puede sumarse miembro á miembro con varias desigualdades que se verifiquen en el mismo sentido.—2.° Una igualdad y una desigualdad pueden restarse miembro á miembro, dando á la desigualdad diferencia, el signo de la desigualdad minuendo, ó signo contrario al de la substraendo.—3.° Una desigualdad de miembros positivos se puede multiplicar ordenadamente con varias desigualdades que se verifiquen en igual sentido y cuyos miembros sean también positivos.—4.° Una igualdad y una desigualdad que cumplan con esta última condición pueden dividirse entre sí miembro á miembro, ligando los cocientes por el signo de la desigualdad dividendo ó por el opuesto de la desigualdad divisor. (Párrafos 141 al 142 y 143 á 144.)

Ejercicio.—Resolver el problema siguiente: Hallar un número que, disminuído en sus tres cuartas partes y aumentado en la sexta, dé dos unidades más que los cinco dozavos de dicho número. (Párrafo 140, problema 6.°)

Papeleta 12.ª

Operaciones elementales con las expresiones algebraicas.—Fracciones algebraicas.—Definición.—Algoritmo de las operaciones fraccionarias.—Trasformaciones y procedimiento operativo; simplificación y reducción á un común denominador.—Operaciones con las fracciones.—Suma, resta, multiplicación y división. (Párrafos 49 al 52.)

Logaritmos decimales.—Definición.—Propiedades particulares de este sistema.—TEOREMA 1.° El logaritmo de una potencia de 10 es igual al grado de la potencia.—TEOREMA 2.° Las unidades enteras y decimales de diversos órdenes son los únicos números conmensurables cuyos logaritmos son igualmente conmensurables.—TEOREMA 3.° La característica ó parte entera del logaritmo de un número mayor que la unidad tiene tantas unidades como cifras enteras, menos una, tiene dicho número.—TEOREMA 4.° La mantisa ó parte decimal del logaritmo de un número no se altera multiplicando ó dividiendo éste por cualquier potencia de 10.—COROLARIO: Cuando dos números tienen las mismas cifras colocadas en el mismo orden, no difiriendo sino por la posición de la coma, sus logaritmos tienen la misma mantisa.—TEOREMA 5.° La característica del logaritmo de un número menor que la unidad tiene tantas unidades negativas como indica el lugar de la primera cifra decimal significativa de la izquierda.—ESCOLIO: Transformación de un logaritmo todo negativo, en otro que tenga la característica negativa y mantisa positiva; transformación contraria. (Párrafos 94 al 96.)

Interpretación en concreto de los valores de las incógnitas.—Consideraciones generales; condiciones á que deben satisfacer las soluciones; significación de las formas $\frac{m}{0}$ y $\frac{0}{0}$; carácter de las cantidades positivas y negativas.—Aplicación al siguiente problema: Dos móviles parten al mismo tiempo de los puntos A y B que distan d metros y recorren la recta que los une, con movimiento uniforme y en el sentido A B; sus velocidades son respectivamente v y v' metros por segundo, y se pide la distancia del punto A al de encuentro.—Interpretación de los resultados según sea 1.° $v>v'$; 2.° $v=v'$; 3.° $v=v'$ y $d=0$; 4.° $v-v'>0$ y $d=0$; 5.° $v<v'$; considerando que los móviles no parten precisamente de A y B, sino que se mueven desde tiempo indefinido.—6.° Si dichos móviles marchan en sentidos opuestos.—7.° Cuando $v<v'$ se supone que v' va disminuyendo. (Párrafo 139 y problema 10 del 140.)

Papeleta 13.

Operaciones algebraicas.—Formas simbólicas que proceden de la fracción.—Forma $\frac{a}{o}$; ejemplo: condición para que un producto de dos factores se convierta en cero.—Forma $\frac{o}{b}$; ejemplo.—Forma $\frac{a}{\infty}$; ejemplo; reducción de esta forma á la anterior.—Forma $\frac{\infty}{b}$; ejemplo; reducción de esta forma á la forma $\frac{a}{o}$.—Forma $\frac{o}{o}$; ejemplo; verdadero valor que se presenta bajo esta forma.—Forma $\frac{\infty}{\infty}$; reducción de esta forma á la anterior.—Forma $\frac{o}{\infty}$; reducción á la forma $\frac{o}{b}$.—Forma $\frac{\infty}{o}$; reducción á la forma $\frac{a}{o}$. (Párrafo 52.)

Tablas de logaritmos decimales.—Definición.—Descripción de las tablas; sencillas y de doble entrada; tabla 1.ª de Schrön: partes de que consta; error con que están calculados los logaritmos; trazo horizontal; disposiciones de la 1.ª parte, íd. de la 2.ª y 3.ª; asteriscos; diferencias tabulares; tablas de partes proporcionales; índice para hallar un número ó un logaritmo dado. (Párrafos 96 y 98.)

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita.—Resoluciones de la ecuación completa.—Forma general de la ecuación. Obtención de la fórmula.—Regla.—Casos particulares en que $a=1$ y $B=2$ b.—Discusión de la fórmula general que da las raíces.—Relaciones entre los coeficientes y las raíces.—Modo de hallar dos números, cuyo producto y suma se conocen. (Párrafos 150 al 153.)

Ejercicio.—Resolver el problema siguiente: en una reunión de 12 personas, se ha hecho una colecta para los pobres, habiendo dado cada mujer 4 pesetas y cada hombre 6: la suma total asciende á 65 pesetas. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres había? (Párrafo 100, problema 1.°)

Papeleta 14.ª

Propiedades de los polinomios enteros.—Definición.—Teoremas relativos á los polinomios enteros.—TEOREMA 1.° Si un polinomio entero, con respecto á la letra x, se anula cuando á esta letra se le da el valor a, dicho polinomio es divisible por $x-a$.—TEOREMA 2.° Si un polinomio entero y del grado m, con relación á x, se anula para m valores de esta letra, dicho polinomio es un producto de m factores de la forma $x-a$, y de un factor independiente de x.—COROLARIO: Si un polinomio entero se anula para más de m valores de su variable, el factor independiente es cero. (Párrafos 53 y 54, hasta el teorema 3.°)

Uso de las tablas de logaritmos.—Principios fundamentales.—TEOREMA 1.° El logaritmo de un número comprendido entre dos enteros consecutivos de la tabla es aproximadamente igual al logaritmo del número inferior inmediato, más el producto de la diferencia tabular por la que existe entre este último número y el propuesto.—Causas de error y límite.—TEOREMA 2.° El número correspondiente á un logaritmo comprendido entre dos consecutivos de las tablas, es aproximadamente igual al número entero que corresponde al logaritmo inferior inmediato, más el cociente de dividir, por la diferencia tabular, la que existe entre este último logaritmo y el logaritmo dado.—Causas de error y límite. (Párrafo 99.)

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita.—Diversas clases de raíces.—Discusión.—Casos: 1.° $b^2-4\,a\,c>o$; 2.° $b^2-4\,a\,c=o$; 3.° $b^2-4\,a\,c<o$.—Signo de las raíces:

$$c>o\left\{\begin{matrix} b>o \\ b<o \end{matrix}\right. \qquad c<o\left\{\begin{matrix} b>o \\ b<o \end{matrix}\right.$$

Deducir el número de raíces positivas ó negativas por el número de variaciones ó permanencias de la ecuación. (Párrafos 153 al 155.)

Ejercicio.—Resolver el problema siguiente: Hallar un número de dos cifras en el cual el cuádruplo de la cifra de las unidades exceda en una unidad al triplo de la cifra de las decenas y que restando el número invertido se tenga por resto 36. (Párrafo 140, problema 2.°)

Papeleta 15.ª

Propiedades de los polinomios enteros.—Definición de polinomio idénticamente nulo.—TEOREMA 3.° Si un polinomio entero se anula para más valores de su variable que el grado, ó es idénticamente nulo, tiene sus coeficientes iguales á cero.—TEOREMA 4.° Si dos polinomios enteros con relación á x se hacen iguales para más de m valores x, siendo m el mayor de los grados, éstos son idénticos.—TEOREMA 5.° Todo polinomio entero puede descomponerse de un sólo modo en dos partes, de las cuales una contenga como factor á otro polinomio dado y la otra sea un polinomio de grado inferior al segundo de los que se consideran. (Párrafo 54, desde el teorema 3.°)

Manejo de las tablas de logaritmos.—Problema directo.—Primer caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que prescindiendo de la coma no exceda al límite superior de la tabla. Segundo caso: Hallar el logaritmo de un número entero ó decimal que prescindiendo de la coma exceda al límite superior de la tabla. Problema inverso.—Primer caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, está en la tabla.—Segundo caso: Hallar el número correspondiente á un logaritmo que, abstracción hecha de la característica, no está contenido en la tabla. (Párrafos 100 y 101.)

Propiedades del trinomio de segundo grado.—Descomposición en factores.—A quién es igual todo trinomio de 2.° grado.—Caso en que x' y x'' sean imaginarias.—Variaciones de signo.—Raíces reales y desiguales.—Raíces iguales.—Raíces imaginarias.—Consecuencias: 1.ª Cuándo un número estará comprendido ó no entre las raíces.—2.ª Cuándo será superior ó inferior á dichas raíces.—3.ª Si se substituye en vez de x un número, dando un resultado de sentido contrario al primer coeficiente, las raíces son reales y desiguales. (Párrafos 155 al 157.)

Ejercicio.—Resolver el problema siguiente: Un comerciante paga por un viaje un número tal de duros, que si de tres veces la suma satisfecha, valuada en pesetas, se resta su mitad, la diferencia excede á 768 pesetas, precisamente en esa suma cuyo valor quiere calcularse. (Párrafo 140, problema 3.°)

Papeleta 16.ª

Propiedades de los polinomios enteros. Método de los coeficientes indeterminados. — Problema: Hallar el cociente de dividir un polinomio P, entero con relación á x, por el binomio $x-a$; ley de formación de los términos del cociente y del resto.—Propiedades que resultan. — Recíproco del teorema 1.°— Si un polinomio entero con respecto á una letra x es divisible por el binomio $x-a$, dicho polinomio se anula, cuando se sustituye en el x por a.—ESCOLIO: Necesidad de que el polinomio sea completo; caso en que sólo quiera conocerse el resto. (Párrafo 55.)

Cálculo logarítmico. — Utilidad del empleo de los logaritmos en los cálculos numéricos.—Potencias de exponente considerable; raíces de grado superior al tercero; fórmula calculable por logaritmos; cuadros logarítmicos.—Multiplicación.—División; conversión de las restas en sumas por el cologaritmo.—Potencia: caso en que el logaritmo es negativo. — Raíz: caso en que la característica del logaritmo es negativa y no divisible por el índice. (Párrafos 102 al 107.)

Logaritmos y sus aplicaciones.—Fórmulas referentes á las anualidades. — Anualidad de amortización.— Anualidad de capitalización. (Párrafo 108.)

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita.—Resolución de las ecuaciones incompletas. — Objeto especial de esta resolución.—Anulación de un solo término.—1.° $c=o$; 2.° $b=o$; 3.° $a=o$: fórmula general según sea $b \gtrless o$.—Anulación de los dos términos.—Casos 1.° $a=o$, $b=o$, $c \lessgtr o$; 2.° $a=o$, $c=o$, $b \gtrless o$; 3.° $b=o$, $c=o$.— Anulación de tres términos. (Párrafos 157 al 161.)

Ejercicio. — Resolver el problema siguiente: Encontrar un número primo cuyo quíntuplo, disminuído en la mitad del entero inmediatamente inferior á dicho número primo, iguale al cuádruplo de este mismo, aumentado en dos unidades. (Párrafo 140, problema 4.°)

Papeleta 17.ª

Potencias y raíces de las expresiones algebraicas.—Cálculo de las cantidades radicales.—Definición.— Algoritmo. — Necesidad de operar directamente con los radicales.— Determinación aritmética de un radical. — Caso en que la cantidad subradical sea una potencia perfecta del grado m; cuando no goce de esta propiedad; cuando la cantidad subradical sea á su vez inconmensurable. (Párrafo 56 al 59.)

Aplicación de los logaritmos á la regla de interés compuesto y á las anualidades.—Fórmulas relativas al interés. Caso en que en el tiempo hay una fracción de años; generalización de la fórmula obtenida en aritmética cuando el interés es compuesto durante cualquier parte alícuota del año; fórmulas logarítmicas para la determinación de cada una de las cantidades C, c, n y t en función de las otras tres, en el caso de ser el tiempo un número exacto de años, y cuando en el tiempo haya una fracción de año; obtener el tanto por uno, sin salir de los conocimientos del Algebra elemental, de la fórmula $C=c\,(1+r.t)\,(1+fr)$.—Fórmulas referentes á las anualidades.—Anualidad de amortización; aplicación de los logaritmos á dicha fórmula; observación relativa al valor de n cuando éste no sea entero; cálculo de r por tanteos. — Anualidad de capitalización; aplicación de los logaritmos á la fórmula de dicha anualidad; observación respecto al valor de n, cuando éste no sea entero; determinación de r por tanteos.— Ejercicio. (Párrafos 07 al 109.)

Interpretación de las raíces en la resolución de los problemas.—Caracteres de esta interpretación.—Aplicación de las consideraciones relativas á las ecuaciones de segundo grado; duplicidad de valores de las incógnitas; valores inconmensurables ó imaginarios.—Aplicación al problema siguiente: Hallar en la recta que une dos focos luminosos A y B el punto donde debe colocarse una pantalla para que reciba cantidades iguales de luz. Discusión de la fórmula.— 1.° $a > b$. 2.° $a=b$; 3.° $a < b$; y estos mismos casos para $d=o$. (Párrafos 161 y 162, problema 6.°)

Papeleta 18.ª

Raíces de las expresiones algebraicas.—Transformación de los radicales. TEOREMA 1.° Cuando la cantidad subradical puede descomponerse en dos factores, de los cuales uno sea potencia perfecta del grado que expresa el índice, se simplifica el radical sacando fuera de él como factor la raíz del que es potencia perfecta.—Teorema recíproco.—Radicales semejantes.—TEOREMA 2.° Un radical no se altera multiplicando el índice y el exponente de la cantidad subradical por un mismo número.—Teorema recíproco. COROLARIO.—Para reducir varios radicales á un mismo índice se multiplican el de cada uno y el exponente de su cantidad subradical por el producto de los índices de los demás; y si dichos índices tienen factores comunes, se multiplican por el cociente que resulta de dividir su mínimo común múltiplo por cada uno de ellos.—Operaciones con las cantidades radicales; adición y substracción, multiplicación, división, potencia, raíz.—Observaciones 1.ª, 2.ª $\left(\sqrt[m]{A}\right)^n$, siendo $m=n, p$. 3.ª $\left(\sqrt[m]{A}\right)^n$, siendo $m=m' p$ y $n=n' p$.—ESCOLIO: Caso en que en un radical la cantidad subradical es una potencia, cuyo exponente es un múltiplo del índice.—Observación.—Potencias de exponentes fraccionarios. (Párrafos 60 á 63.)

Cálculo logarítmico.—Utilidad del empleo de los logaritmos en los cálculos numéricos.—Potencias de exponente considerable.—Raíces de grado superior á tercero.—Fórmulas calculables por logaritmos.—Disposición de los cálculos en las operaciones de multiplicar.—División.—Conversión de los restos en sumas por el cologaritmo.—Potencias.—Caso en que el logaritmo es de característica negativa y mantisa positiva.—Raíz.—Caso en que la característica es negativa y no divisible por el índice. (Párrafos 102 al 107.)

Propiedades del trinomio de segundo grado.—Descomposición en factores.—Todo trinomio de 2.° grado es igual al producto del coeficiente de x^2 por los binomios del primer grado que obtenemos restando de x cada una de las raíces de la ecuación que resulta igualándole á cero.—Variaciones de signo.—Primer caso: $b^2-4ac>o$, $x'>x''$; segundo caso: $b^2-4ac=o$, $x'=x''$; tercer caso: $b^2-4ac<o$.—Forma del trinomio.—Valor mínimo ó máximo, según sea $a \gtrless o$.—Consecuencias: 1.ª Determinar si un número está comprendido entre las raíces de una ecuación, sin resolver ésta y sabiendo únicamente que son reales y desiguales; reconocer si dicho número es superior ó inferior á las raíces. 2.ª Si un número substituído en el primer miembro de una ecuación de segundo grado, da un resultado de signo contrario al del primer coeficiente, las raíces son reales y desiguales.—Límite de los valores de x capaces de satisfacer á $ax^2+bx+c \gtrless o$. Párrafos 155 al 157.)

Ejercicio. —Resolver el problema siguiente: Determinar dos números, cuya suma y diferencia guarden la relación $\frac{a}{b}$ sabiendo que s representa la suma del doble del primero más el segundo. (Párrafo 115, problema 2.°)

Papeleta 19.ª

Potencias y raíces de las expresiones algebraicas.—Cálculo de las cantidades radicales.—Racionalización de los denominadores de ciertas expresiones irracionales.—Casos:

$$1.^{\circ}\ \frac{a}{\sqrt{b}} \qquad 2.^{\circ}\ \frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$3.^{\circ}\ \frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}.$$

Casos en que son más de tres los radicales contenidos en el denominador. (Párrafo 63.)

Progresiones por cociente.—Cálculo de las anualidades.—Fórmula de la anualidad de amortización por la aplicación de las progresiones; fórmula de la parte que de la q.ésima anualidad se destina á la amortización; fórmula de la anualidad de capitalización por la aplicación de las progresiones.—Aplicación de las progresiones por cociente á las fracciones decimales periódicas puras y mixtas. (Párrafos 86 y 87.)

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita.—Resolución de la ecuación completa.—Forma general de la ecuación.—Obtención de la fórmula.—Regla. Casos particulares: $a=1$, $b=2b'$.—Discusión de la fórmula general que da las raíces.—Relación entre los coeficientes y las raíces; modo de hallar dos números, cuyo producto y suma se conocen.—Diversas clases de raíces. Caso 1.° $b^2-4ac>o$ 2.° $b^2-4ac=o$; 3.° $b^2-4ac<o$. Raíces imaginarias. (Párrafos 150 al 154.)

Ejercicio: Resolver el problema siguiente: Hallar la profundidad de un pozo de mina, dejando caer en él una piedra y contando el número a de segundos transcurridos desde el momento en que se abandona á su propio peso, hasta el instante en que se percibe el sonido de su llegada al fondo del pozo. (Párrafo 162, problema 7.°)

Papeleta 20.ª

Operaciones algebraicas.—Casos particulares de la división.—1.° Dividir x^m-a^m por $x-a$.—2.° Dividir x^m+a^m por $x-a$. 3.° Dividir x^m-a^m por $x+a$. 4.° Dividir x^m+a^m por $x+a$.—Determinando en cada caso la ley del cociente y la condición de divisibilidad. (Párrafo 48.)

Propiedades de los polinomios enteros.—Método de los coeficientes indeteminados.—Problema: Hallar el cociente de dividir un polinomio P, entero con relación á x, por el binomio $x—a$; ley de formación de los términos del cociente y del resto.—Propiedades que resultan.—Recíproco del teorema 1.º—Si un polinomio entero con respecto á una letra x, es divisible por el binomio $x—a$, dicho polinomio se anula cuando se sustituye en él x por a.—ESCOLIO:. Necesidad de que el polinomio sea completo: caso en que sólo quiera conocerse el resto. (Párrafo 55.)

Ecuaciones de primer grado.—Análisis de los sistemas indeterminados de primer grado.—Objeto del análisis.—Soluciones enteras de la ecuación de primer grado con dos incógnitas. Condición para que una ecuación de primer grado con dos incógnitas pueda resolverse en números enteros.—1.º Para tener soluciones enteras, es preciso que el *m. c. d.* de los coeficientes divida al término conocido.—2.º La ecuación cuyos coeficientes son primos entre sí, tiene infinitas soluciones enteras, si el coeficiente del primer término es la unidad, y cuando es distinto de la unidad tiene una solución entera única.—Demostrar que cuando una ecuación de primer grado con dos incógnitas tiene una solución entera, por ser sus coeficientes primos entre sí, tiene también una infinidad.—Las soluciones enteras de la ecuación de primer grado con dos incógnitas, son los términos correspondientes de dos progresiones por diferencia doblemente indefinidas, tales que la razón de la que forman los valores de y, es el coeficiente de x, con su mismo signo, y la de la progresión que comprende los valores de x el coeficiente de y con el signo contrario.—Procedimiento para hallar una primera solución.—Por sustituciones sucesivas.—Cuando $c=o$.—Procedimiento empírico.—Método de las fracciones continuas. (Párrafos 146 al 148.)

Ejercicio: Resolver en números enteros la siguiente ecuación: $11\,x—19\,y = 90$.

GEOMETRÍA.—Texto: Ortega.

Undécima edición (1907)

Papeleta 1.ª

Geometría plana.—Cuerpo: Sus propiedades físicas.—Volumen.—Dimensiones.—Superficie.—Línea.—Punto: Consideraciones.—Representación gráfica de los elementos geométricos: Figuras.—Geometría: Su objeto.—Clasificación de las líneas y superficies: Línea recta.—Propiedades.—Línea curva.—Línea quebrada y mixta.—Superficie plana.—Superficie curva.—Superficies poliedrales y mixtas.—Representación gráfica del plano.—División de la Geometría.—*Propiedades de la línea recta y de la línea quebrada.*—Consecuencias de la definición de la línea recta: 1.ª Entre dos puntos sólo puede existir una línea recta.—2.ª Si dos rectas tienen dos puntos comunes, coinciden en toda su extensión.—3.ª Para determinar una recta, son necesarios dos puntos.—Segmento de una recta: regiones de un plano; rectas iguales y rectas desiguales; suma de dos segmentos. (Introducción y párrafos 1 al 3.)

Relaciones métricas entre los elementos de un triángulo.—Definiciones para proyección de un punto ó una recta sobre otra recta.—TEOREMA: Si desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo se traza una perpenticular á la hipotenusa, se verifica: 1.º El triángulo propuesto se descompone en otros dos semejantes al mismo; y, por consiguiente, entre sí.—2.º Dicha perpendicular es media proporcional entre los dos segmentos en que divide á la hipotenusa.—3.º Cada cateto es medio proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.—4.º El cuadrado del número que mide la hipotenusa es igual á la suma de los cuadrados de los números que expresan las longitudes de los catetos.—5.º Los cuadrados de los números que miden las longitudes de los tres lados, son proporcionales á las longitudes de las proyecciones de dichos lados sobre la hipotenusa.—COROLARIOS: 1.º Si desde un punto de una circunferencia se traza una perpendicular á un diámetro, esta perpendicular es media proporcional entre los dos segmentos del diámetro.—2.º Toda cuerda es media proporcional entre el diámetro que pasa por uno de sus extremos y su proyección sobre él.—3.º Si por el extremo de un diámetro se trazan varias cuerdas, los cuadrados de sus longitudes son proporcionales á las longitudes de sus proyecciones sobre dicho diámetro.—4.º Calcular uno de los lados de un triángulo rectángulo.—5.º Calcular el lado de un cuadrado, dada la diagonal y viceversa. (Párrafos 290 al 293.)

Problemas.—Determinar geométricamente dos segmentos de recta cuya diferencia y producto sean conocidos.—Dados dos polígonos semejantes, construir un tercero semejante á ellos y cuya área sea igual á la suma de sus áreas. (Párrafos 313 y 451.)

Geometría en el espacio.—*Rectas y planos.*—Determinación de un plano.—En qué se diferencian los razonamientos hechos en la Geometría plana y en la del espacio.—Cómo se considera el plano en la Geometría del espacio—Deducción de la definición del plano.—Que si una recta tiene dos puntos en un plano, estará toda ella....—Consecuencias que se deducen de hacer girar un plano alrededor de una recta determinada por la unión de dos de sus puntos.—Considerar el caso de que además de la recta se dé un punto.—Consecuencias: 1.º Una recta y un punto fuera de ella, determinan...—2.º Tres puntos que no están en línea recta, determinan...—3.º Para que dos planos se confundan, basta ..—Determinación por dos rectas que se cortan ó dos paralelas. (Párrafos 465 al 471.)

Poliedros.—Definición y clasificación de los poliedros.—Caras, aristas, vértices, diagonal, plano diagonal.—Poliedro convexo y cóncavo.—Caracteres para reconocer si un poliedro es convexo.—1.º Un poliedro convexo queda todo á un mismo lado de una de sus caras prolongada indefinidamente.—2.º Una recta sólo puede cortar en dos puntos á la superficie de un poliedro convexo.—3.º Los planos diagonales en los poliedros convexos son siempre interiores.—Poliedros regulares é irregulares.—Nombres que reciben los poliedros por los números de caras que los limitan. (Párrafos 708 al 710.)

Problema.—Trazar por una recta el plano perpendicular á otro. (Párrafo 554.)

Papeleta 2.ª

Geometría plana.—Línea quebrada. Definición y clasificación; lados; línea quebrada cóncava y convexa; figuras abiertas y cerradas.—Una línea poligonal convexa sólo puede ser cortada por una recta en dos puntos.—Si una recta y una quebrada tienen los extremos confundidos...—TEOREMA: Si dos líneas poligonales convexas tienen sus extremos confundidos, envolviendo la una á la otra, la que envuelve es mayor que la envuelta.—Toda línea quebrada convexa es menor que cualquiera otra quebrada que la envuelva completamente. (Párrafos 3 al 7.)

Propiedades y relaciones métricas en un triángulo.—TEOREMA: En todo triángulo, el cuadrado de la longitud de un lado opuesto á un ángulo agudo, es igual á la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos, disminuída en el duplo de uno de estos lados por la proyección del otro sobre él.—TEOREMA: En todo triángulo obtusángulo, el cuadrado de la longitud del lado opuesto al ángulo obtuso, es igual á la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos, aumentada en el duplo de uno de estos lados por la proyección del otro sobre él. ESCOLIO: Consecuencias de los tres últimos teoremas: El cuadrado de la longitud de un lado de un triángulo, es menor, igual ó mayor que la suma de las longitudes de los otros dos, según que el ángulo opuesto... —Recíproco. (Párrafos 293 al 296.)

Problemas.—Dado un polígono regular inscrito en una circunferencia, inscribir en ella otro de doble número de lados y calcular su lado en función del de aquél. ESCOLIOS: 1.º Dada la cuerda de un arco, calcular la del arco mitad.—2.º El perímetro del polígono buscado es mayor que el del propuesto.—Construir un círculo equivalente á un polígono dado. (Párrafos 344, 345 y 452.)

Geometría en el espacio.—*Rectas y planos.*—Posiciones relativas de dos rectas. Consecuencias.—Posiciones relativas de dos planos.—Ver lo que sucede cuando dos planos tienen un punto ó dos comunes.—Planos paralelos.—Consecuencias. Posiciones relativas de rectas y planos. (Párrafos 471 al 482.)

Pirámide.—Definiciones.—Pirámide triangular, cuadrangular, pentagonal, etcétera.—Pirámide regular é irregular.—Pirámide truncada.—La pirámide y el tronco de pirámide no son poliedros regulares.—Cómo puede considerarse engendrada la superficie lateral de una pirámide. Como inscrito y circunscrito á la pirámide. (Párrafos 710 al 713.)

Problemas.—Hallar el polo del círculo menor, que pase por tres puntos dados en una superficie esférica.—Dados sobre una esfera, un punto y una circunferencia de círculo máximo, trazar otra por dicho punto que forme con la dada un ángulo determinado. (Párrafos 705 y 706.)

Papeleta 3.ª

Geometría plana.—*Ángulos.*—Definiciones.—Lados.—Vértice.—Angulos adyacentes.—Opuestos por el vértice.—Bisectriz.—Suma y diferencia de ángulos.—Magnitud de un ángulo.—Angulo convexo y cóncavo.—Perpendicular.—Angulo recto.—TEOREMA: Por un punto dado sobre una recta se puede siempre trazar una perpendicular, y sólo una, á dicha recta.—COROLARIO. Todos los ángulos rectos son iguales.—Observación.—Angulo agudo y obtuso.—Complementarios y suplementarios. (Párrafos 7 al 14.)

Relaciones métricas entre los elementos de un triángulo.—TEOREMA: La suma de los cuadrados de dos lados de un triángulo es igual al duplo del cuadrado de la mediana relativa al tercer lado, más el duplo del cuadrado de la mitad de este tercer lado.—COROLARIO: El lugar geométrico de las posiciones de un punto tal que la suma de los cuadrados de sus distancias á dos puntos fijos sea una cantidad constante, es una circunferencia, cuyo centro es el punto medio de la distancia que separa los puntos dados.—

TEOREMA: La diferencia de los cuadrados de dos lados de un triángulo es igual al duplo del tercer lado, multiplicado por la proyección sobre él de la mediana correspondiente al mismo.—COROLARIO: El lugar geométrico de las posiciones de un punto tal que las diferencias de los cuadrados de sus distancias á dos puntos fijos B y C sea una cantidad constante N^2, es una perpendicular trazada por un punto que dista del medio de la recta que une los dos fijos $\frac{N^2}{2BC}$. (Párrafos 296 al 300.)

Problemas.—Dividir una recta en partes proporcionales á otras dadas.—ESCOLIO: Dividir un segmento en partes iguales.—Transformar un polígono en un cuadrado equivalente. (Párrafos 305, 306 y 450).

Geometría en el espacio.—*Propiedades de las rectas y planos debidas á su posición relativa.*—Rectas paralelas.—TEOREMA: Por un punto dado en el espacio se puede siempre trazar una paralela á una recta, y nada más que una.—TEOREMA: Si dos rectas son paralelas, todo plano que corte á una de ellas, cortará también á la otra.—TEOREMA: Si dos rectas son paralelas, toda recta paralela á una lo es también á la otra ó coincide con ella.—COROLARIOS: 1.° Todas las paralelas que se pueden trazar á una dirección dada por los distintos puntos de una recta, están en un plano.—2.° Si por dos rectas paralelas se hacen pasar dos planos que se corten, la intersección de éstos es paralela á dichas rectas. (Párrafos 482 al 487.)

Propiedades de los tetraedros.—TEOREMA: En todo tetraedro se verifica que los planos bisectores de los seis diedros, se cortan en un punto que equidista de las cuatro caras.—COROLARIOS: 1.° Los planos bisectores de los diedros, cuyas aristas concurren en un mismo vértice, se cortan según una recta.—2.° Los planos bisectores de los diedros cuyas aristas forman una cara, se cortan en un punto.—3.° Las perpendiculares trazadas á las cuatro caras desde el punto común á todos los planos bisectores, son iguales.—Definición de esfera inscrita y esferas exinscritas.—TEOREMA: Si por los puntos medios de las aristas de un tetraedro se trazan planos perpendiculares á las respectivas aristas, estos planos se cortan en un punto.—COROLARIOS: 1.° Planos perpendiculares en los puntos medios de tres aristas que forman una cara...—2.° Idem en las tres aristas que concurran á un vértice...—3.° Esferas circunscritas á un tetraedro.—ESCOLIO: El teorema puede enunciarse: Las perpendiculares trazadas á las cuatro caras de un tetraedro, por los centros de los círculos circunscritos á cada una de ellas, se cortan en un mismo punto, que puede ser el centro de una esfera circunscrita al tetraedro.—TEOREMA: En todo tetraedro se verifica que las rectas que unen cada vértice con el punto de intersección de las medianas de la cara opuesta, se cortan en un mismo punto que se encuentra en las citadas rectas á la cuarta parte, á contar desde la cara, ó á las tres cuartas partes á partir del vértice.—COROLARIO: Los planos determinados por una arista y el punto medio de la opuesta, se cortan en un punto, que cumple las condiciones del teorema. (Párrafos 713 al 722.)

Problema.—Hallar el radio de una esfera sólida. (Párrafos 700 y 701.)

Papeleta 4.ª

Geometría plana.—*Propiedades de los ángulos.*—TEOREMA.—Los dos ángulos adyacentes que forma una recta cuando encuentra á otra, son suplementarios.—Recíproco.—Si dos ángulos adyacentes son suplementarios, los lados no comunes estarán en línea recta.—COROLARIO 1.° Si á un mismo lado de una recta y por uno de sus puntos se trazan otras varias, la suma de los ángulos sucesivos que forman todas ellas es igual á dos ángulos rectos.—COROLARIO 2.° La suma de todos los ángulos consecutivos que se forman alrededor de un punto por varias rectas que concurran en él, es igual á cuatro ángulos rectos.—TEOREMA: Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.—ESCOLIO: Si una recta es perpendicular á otra, ésta lo es también á la primera; y si dos rectas son perpendiculares, lo son también sus prolongaciones.—TEOREMA: Las bisectrices de dos ángulos adyacentes suplementarios, son perpendiculares.—ESCOLIO: Las bisectrices de dos ángulos opuestos por el vértice, forman una misma recta, y las de los cuatro ángulos formados por dos rectas al cortarse, lo verifican en ángulo recto en el vértice de dichos ángulos. (Párrafos 14 al 21.)

Relaciones métricas entre los elementos de un cuadrilátero inscriptible.—TEOREMA: La suma de los cuadrados de los cuatro lados de un cuadrilátero, es igual á la suma de los cuadrados de sus diagonales más el cuadrado del duplo de la recta que une los puntos medios de las mismas.—COROLARIO: Cuándo es paralelogramo.—TEOREMA: En todo cuadrilátero inscriptible en una circunferencia, el producto de las diagonales es igual á la suma de los productos de los lados opuestos. (Párrafos 300 al 303.)

Problemas.—Dividir una recta, un arco ó un ángulo en dos partes iguales.—ESCOLIOS: 1.° Dividir en 2^n partes iguales.—2.° Trazar las bisectrices de dos ángulos suplementarios.—Transformar un triángulo en otro equivalente y que tenga la misma base. Párrafos 191, 192 y 444.)

Geometría en el espacio.—*Paralelismo de rectas con planos.*—Definición.—TEOREMA: Si una recta es paralela á otra situada en un plano, será tambien paralela á este plano.—COROLARIOS: 1.° Si dos rectas son paralelas, todo plano que pase por una de ellas ó le sea paralelo, será también paralelo á la otra ó la contendrá.—2.° Por un punto dado pueden pasar infinitos planos paralelos á una recta.—ESCOLIO: Averiguar si una recta es paralela á un plano.—TEOREMA: Si una recta es paralela á un plano y por un punto de éste se traza una paralela á aquélla, la recta trazada estará situada en el plano.—COROLARIO: Si una recta es paralela á dos planos que se cortan, la intersección de éstos es paralela á dicha recta.—ESCOLIO: Si una recta es paralela á un plano, la intersección de éste con otro cualquiera que pase por la recta será paralela á esta última.—TEOREMA: Si una recta es paralela á un plano y por dos puntos de aquélla se trazan dos paralelas que corten al segundo, los segmentos de las paralelas comprendidos entre la recta y plano paralelos son iguales. (Párrafos 487 al 495.)

Pirámides.—Propiedades de la pirámide en general.—TEOREMA: Cortando una pirámide por un plano paralelo al de la base, se verifica: 1.° Las aristas laterales, la altura y demás rectas trazadas desde el vértice hasta la base quedan cortadas en partes proporcionales.—2.° La sección será un polígono semejante al de la base. 3.° Estos dos polígonos tendrán sus áreas proporcionales á los cuadrados de sus distancias al vértice.—ESCOLIO: Cuando la pirámide propuesta es regular.—TEOREMA: Si dos pirámides de igual altura se cortan por planos paralelos á las bases y que disten lo mismo de los dos vértices, los polígonos secciones son proporcionales á las bases.—COROLARIO: Caso en que las dos bases son equivalentes. (Párrafos 722 al 726.)

Problema.—Construir un triángulo esférico dados los tres lados. (Párrafo 707, caso 1.°)

Papeleta 5.ª

Geometría plana.—*Perpendiculares y oblicuas.*—TEOREMA: Por un punto fuera de una recta siempre se puede trazar á ésta una perpendicular, y sólo una.—Propiedades relativas á las oblicuas.—TEOREMA: Si desde un punto exterior á una recta se le trazan una perpendicular y varias oblicuas, se verifica: 1.° La perpendicular es más corta que cualquiera de las oblicuas.—2.° Dos oblicuas, cuyos pies equidisten del de la perpendicular, son iguales.—3.° Entre dos oblicuas cualesquiera, aquella cuyo pie diste más del de la perpendicular, es la mayor.—Recíprocamente: Si desde un punto exterior á una recta se trazan otras varias que la corten. 1.°, 2.°, 3.°—ESCOLIOS: 1.° La perpendicular trazada desde un punto á una recta, es la línea más corta que se le puede trazar desde dicho punto.—2.° Si desde un punto se trazan la perpendicular y una oblicua á una recta cualquiera, la perpendicular queda siempre del lado del ángulo agudo formado por la oblicua con dicha recta.—3.° Oblicuas iguales que pueden trazarse desde un punto á una recta cualquiera.—Observación respecto á las proposiciones recíprocas. (Párrafos 21 al 28.)

Compás de reducción—Escalas.—Escala numérica.—Escala gráfica.—Escala de transversales ó de mil partes. (Párrafos 324 al 329.)

Problemas.—Hallar una cuarta proporcional á tres rectas dadas. Hallar una tercera proporcional á dos rectas dadas y un segmento $x = \frac{abcd}{a'b'c'}$. Transformar un triángulo en otro equivalente que tenga su base en la dirección del dado y por el vértice opuesto un punto conocido. (Párrafos 307 al 310 y 445.)

Geometría en el espacio.—*Planos paralelos.*—TEOREMA: Si dos planos son paralelos, toda recta que corte á uno de ellos corta también al otro, y todo plano que corte á uno corta también al otro, siendo en este caso las intersecciones dos rectas paralelas.—COROLARIOS: 1.° Si dos planos son paralelos, toda recta paralela á uno de ellos ó contenida en él, es paralela al otro ó está situada en el mismo.—2.° Si dos planos son paralelos, todo plano paralelo á uno de ellos lo es también al otro ó coincide con él.—3.° Si se tienen dos planos paralelos, y por un punto de uno de ellos se trazan paralelas al otro, todas estas rectas estarán contenidas en el primero.—4.° Por un punto del espacio se puede siempre trazar un plano paralelo á otro, y solamente uno; y si dos rectas que se cortan son paralelas á un plano, es paralelo á este mismo el determinado por aquéllas.—TEOREMA: Por dos rectas que se cruzan puede siempre pasar un sistema de dos planos paralelos y nada más que uno.—COROLARIOS: 1.° Dadas dos rectas que se cruzan, existe una infinidad de planos que les son paralelos, pero la dirección de estos planos es única.—2.° Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos, tienen sus planos también paralelos.—TEOREMA: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos son iguales, si dichos lados están dirigidos en el mismo ó en contrario sentido, y suplementarios si dos lados están en el primer caso y los otros dos en el segundo.—TEOREMA: Los segmentos de dos paralelas comprendidos por dos planos paralelos, son iguales.—TEOREMA: Tres planos paralelos cortan á dos rectas cualesquiera en partes proporcionales.—Estudiar la recíproca, añadiendo la condición de que dichos planos han de ser paralelos. COROLARIOS: 1.° Caso en que haya más de dos rectas.—2.° Si todas ó cierto número de ellas partiesen de un punto. (Párrafos 495 al 505.)

Prisma.—Definiciones: Prisma; caras laterales; bases; altura; tronco de prisma; forma en que puede considerarse engendrada la superficie lateral de un prisma; cilindros inscrito y circunscrito á un prisma regular.—Propiedades del paralelepípedo.—Clasificación.—TEOREMA: En todo paralelepípedo se verifica: 1.° Las caras opuestas son iguales y paralelas.—2.° Los triedros opuestos son simétricos. 3.° Las diagonales se cortan en un mismo punto y en partes iguales.—4.° Toda recta que pase por este punto y se limite en la superficie del poliedro, queda dividida en partes iguales por dicho punto.—COROLARIOS: 1.° Dos caras opuestas cualesquiera pueden ser consideradas como bases.—2.° Todo plano que corte á cuatro aristas paralelas de un paralelepípedo lo verifica según un paralelogramo.—3.° Un paralelepípedo queda determinado, conocido un triedro y la longitud de las tres aristas que lo forman. 4.° Las cuatro diagonales de un paralelepípedo rectángulo son iguales.—TEOREMA: En un paralelepípedo rectángulo el cuadrado de la diagonal es igual á la suma de los cuadrados de las tres aristas que concurren en un mismo vértice.—COROLARIO: En un cubo.—*Propiedades de un prisma.*—TEOREMA: Las secciones causadas en un prisma por planos paralelos son polígonos iguales.—COROLARIO: Sección de un plano paralelo á las bases.—ESCOLIO: Sección recta. (Párrafos 726 al 737.)

Problemas.—Construir un triángulo esférico dados dos lados y el ángulo comprendido, y cuando se dé un lado y dos ángulos adyacentes al lado. (Párrafo 707, caso 2.°)

Papeleta 6.ª

Geometría plana.—*Lugares geométricos.*—TEOREMA: Si se traza la perpendicular á una recta en su punto medio, cualquier punto de dicha perpendicular equidista de los extremos de la recta, y todo punto fuera de la perpendicular, dista desigualmente de los mismos extremos. Recíprocas.—Definición de lugar geométrico.—TEOREMA: La bisectriz de un ángulo es el lugar geométrico de los puntos del plano equidistantes de los lados de dicho ángulo.—COROLARIO: Lugar geométrico de todos los puntos de un plano equidistantes de dos rectas trazadas en dicho plano y que se corten.—Observación: Proposiciones que hay que demostrar para establecer un lugar geométrico. (Párrafos 28 al 34.)

Polígonos regulares convexos.—Generalidades: Prueba de la existencia de estos polígonos; línea quebrada regular; polígono regular inscrito y circunscrito de igual número de lados.—TEOREMA: Al perímetro de todo polígono regular se le puede circunscribir é inscribir una circunferencia.—ESCOLIOS: 1.° Centro, radio y apotema; 2.° Angulos en el centro.—Observación.—Sector poligonal regular.—TEOREMA: Los polígonos regulares de igual número de lados son semejantes, y sus lados proporcionales á sus radios y apotemas.—*Polígonos regulares estrellados.*—Definición é idea general de su existencia: Cualidades que los caracterizan. Género y especie. (Párrafos 329 al 339).

Problemas.—Calcular la longitud de una circunferencia en función de su radio.—Dado el radio de una circunferencia calcular la longitud de ésta. (Párrafo 381 en los casos 1.° y 2.°)

Geometría en el espacio.—*Posiciones relativas de rectas y planos.*—Rectas y planos perpendiculares.—*Definición.*—TEOREMA: Si una recta es perpendicular á otras dos no paralelas entre sí, pero paralelas á un plano ó situadas en él, será también perpendicular á todas las demás que estén en las mismas condiciones, y por lo tanto, será perpendicular al plano. ESCOLIO: Averiguar si una recta es perpendicular á un plano.—TEOREMA: Si dos rectas son paralelas, todo plano perpendicular á una de ellas lo es también á la otra; y si dos planos son paralelos, toda perpendicular á uno lo es también al otro.—Recíprocamente.—TEOREMA: Por un punto dado se puede siempre trazar un plano perpendicular á una recta, y nada más que uno.—TEOREMA: Por un punto se puede siempre trazar una perpendicular á un plano, y nada más que una.—TEOREMA: Si se tienen un plano y una recta perpendiculares á otra recta dada, aquella recta es paralela al plano ó está situada en él.—COROLARIOS: 1.° Si á una recta se traza un plano perpendicular en uno de sus puntos ó por un punto exterior, este plano será el lugar geométrico de todas las perpendiculares trazadas á la recta por el punto considerado; 2.° El lugar geométrico de los puntos del espacio que equidistan de los extremos de una recta, es el plano perpendicular á ésta en su punto medio.—TEOREMA: Si desde un punto exterior á un plano se trazan á éste una perpendicular y varias oblicuas, se verifica: 1.°, 2.° y 3.°—Recíprocamente. (Párrafos 505 al 517).

Problema.—Construir un triángulo esférico conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos.—Discutiendo los distintos casos que pueden presentarse. (Párrafo 707, caso 3.°)

Papeleta 7.ª

Geometría plana.—*Paralelas.*—Definición: Propiedades.—TEOREMA: Por un punto fuera de una recta puede siempre trazársele una paralela.—Principio fundamental.—COROLARIO 1.° Si una recta encuentra á otra, encuentra á sus paralelas.—COROLARIO 2.° Si una recta corta perpendicularmente á otra, es también perpendicular á sus paralelas.—COROLARIO 3.° Si una recta es paralela á otra, lo es también á las paralelas á ésta.—Paralelas cortadas por secantes: Definiciones de los diversos ángulos que se forman.—TEOREMA: Si una secante corta á dos paralelas, los cuatro ángulos agudos que resultan en los dos puntos de intersección son iguales, así como los cuatro ángulos obtusos.—Recíproca: Si dos rectas son cortadas por una secante y forman cuatro ángulos agudos ú obtusos iguales entre sí, las rectas son paralelas, siempre que los internos ó externos del mismo lado de la secante sean de distinta especie; caso en que los ángulos son rectos.—COROLARIOS: 1.° Si las rectas son paralelas los ángulos alternos internos son iguales; 2.° Los alternos externos son iguales; 3.° Los correspondientes son iguales; 4.° Los internos de un mismo lado son suplementarios; 5.° Los externos del mismo lado son suplementarios; 6.° Recíprocamente.—Dos rectas cortadas por una secante son paralelas cuando son iguales los ángulos alternos internos, ó los alternos externos, ó los correspondientes, ó bien si son suplementarios los ángulos del mismo lado de la secante, internos ó externos.—ESCOLIO: Si dos rectas cortadas por una secante forman ángulos internos de un mismo lado, que no sean suplementarios, dichas rectas se cortan por el lado en que la suma de los ángulos es menor que dos rectos.—Consecuencias: 1.ª Si se traza una perpendicular y una oblicua á una recta, ambas se cortan por el lado del ángulo agudo; 2.ª Si se trazan dos perpendiculares á dos rectas que se corten, dichas perpendiculares se han de cortar también.—TEOREMA: Los segmentos de paralelas comprendidos entre otras dos paralelas, son iguales.—COROLARIO: Dos rectas paralelas equidistan en toda su extensión. (Párrafos 34 al 46.)

Medida de la circunferencia.—Principio general que sirve de base para hallar la medida de la circunferencia.—Deducciones que se desprenden de dicho principio: 1.ª Límite común á la apotema del polígono regular inscrito y al radio del circunscrito, cuando aumenta el número de lados; 2.ª Extensión de las propiedades de los polígonos; 3.ª Aplicación de los dos anteriores á un arco ó á una línea quebrada regular.—TEOREMA: Las longitudes de dos circunferencias están en la relación de los radios de las mismas.—COROLARIOS: 1.° Relativo á la correspondencia de las longitudes de las circunferencias con las de sus radios.—2.° Relación entre los arcos semejantes y sus radios.—Longitud de la circunferencia.—TEOREMA: La relación entre la longitud de una circunferencia cualquiera y la de su diámetro, es constante.—COROLARIO: Valor del radio en función de la circunferencia y viceversa.—ESCOLIO: Valores hallados para π por Arquímedes, Ad. Metio y Ptolomeo. (Párrafos 372 al 379.)

Problemas.—Construir la media proporcional á dos rectas dadas demostrando que la media geométrica es menor que la media aritmética.—Transformar un polígono en un triángulo equivalente. (Párrafos 310, 311 y 449.)

Geometría en el espacio.—Planos perpendiculares.—Definición.—TEOREMA: Si una recta es perpendicular á un plano, todo plano que pase por esta recta, ó le sea paralelo, será perpendicular al primero.—COROLARIOS: 1.° Planos perpendiculares que se pueden trazar á otro por una recta que le sea perpendicular ú oblicua; 2.° Si la recta está en el plano ó es paralela al mismo.—ESCOLIOS: 1.° Consecuencia de estos corolarios y de la definición: Lugar geométrico de las perpendiculares trazadas á un plano, por los distintos puntos de una recta; 2.° Si varios planos son paralelos, todo plano perpendicular á uno de ellos, lo es también á los demás.—TEOREMA: Si dos planos son perpendiculares, toda perpendicular á uno de ellos está situada en el otro ó le es paralela.—TEOREMA: Si dos planos son perpendiculares, y en uno de ellos se traza una perpendicular á su intersección con el otro, será perpendicular también á este último.—TEOREMA.—La intersección de dos planos perpendiculares á un tercero es perpendicular á este último.—COROLARIOS: 1.° Si dos planos son perpendiculares á un tercero, la intersección de aquéllos lo es también á las intersecciones que producen los mismos sobre dicho tercero; 2.° Si tres planos son perpendiculares de dos en dos, la intersección de dos cualesquiera de ellos es perpendicular al tercero y las tres intersecciones lo son entre sí.—Horizontales y verticales. (Párrafos 517 al 528.)

Poliedros en general.—Propiedades.—TEOREMA: En todo poliedro convexo se verifica, que el número de sus caras más el de vértices excede al de aristas en dos unidades.—LEMA: En todos los poliedros abiertos que provengan de uno mismo convexo, se verifica: 1.° El número de caras más el de vértices, menos el de aristas, es igual á una cantidad constante; 2.° Esta constante es igual á la unidad. (Párrafo 737.)

Problemas.—Dados un punto y un arco de círculo máximo en una superficie esférica, trazar por el primero el arco de círculo máximo perpendicular al segundo. (Párrafo 703.)

Papeleta 8.ª

Geometría plana.—*Ángulos de lados paralelos ó perpendiculares.*—TEOREMA: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos, son iguales, si tienen los lados paralelos dirigidos en el mismo ó en opuesto sentido, y suplementarios, si dos de sus lados están en el mismo sentido y los otros dos en opuesto.—COROLARIO: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente perpendiculares, son iguales ó suplementarios, según sean de la misma ó diferente especie.—Observaciones sobre el paralelismo de dos rectas: 1.ª Cuando la secante gira disminuyendo el ángulo que forma con la paralela; 2.ª Magnitud de las secantes sucesivas. Consecuencia: Dos rectas paralelas pueden considerarse como dos rectas que se cortan en el infinito, formando un ángulo igual á cero.—Observación sobre proposiciones recíprocas. (Párrafos 46 al 50.)

Medida de la circunferencia.—Consideraciones que manifiestan la dificultad de medir una curva, con una unidad lineal recta, conduciendo á tomar, para longitud de la curva, el límite de la longitud de una quebrada inscrita, cuyo número de lados aumenta, tendiendo á cero cada uno de ellos.—TEOREMA: La longitud del perímetro de una línea quebrada inscrita en una curva cuyos lados tienden hacia cero, aumentando el número de éstos indefinidamente, tiende á ser igual á la longitud de la curva, llegando á serlo en el citado límite, y esto independientemente de la naturaleza de la línea inscrita y de la ley ó condiciones según las cuales aumenta el número de lados y tienda á cero cada uno de ellos.—LEMA: Dadas una curva plana, convexa, una línea quebrada inscrita cualquiera y la circunscrita correspondiente, terminadas en los extremos de la curva, las longitudes de los perímetros de estas dos líneas tienden á ser iguales cuando los lados de la inscrita tienden hacia cero, aumentando su número, cualquiera que sea el modo como lo verifiquen.—Corolario y demostración del teorema. (Párrafos 363 al 371.)

Problemas.—Hallar geométricamente dos segmentos de recta cuya suma y producto sean conocidos.—Transformar un triángulo en su cuadrado equivalente. (Párrafos 312 y 448.)

Geometría en el espacio.—*Proyecciones, ángulos y mínimas distancias.*—Proyecciones.—Definiciones: Proyección ortogonal; ídem oblicua; línea proyectante; plano de proyección.—TEOREMA: La proyección de una recta sobre un plano, es otra recta.—COROLARIOS: 1.° Si la recta es perpendicular al plano. 2.° Si es paralela á la dirección de la proyectante en la proyección oblicua. 3.° Si es limitada y paralela al plano de proyección. 4.° Para una recta cualquiera limitada, la proyección ortogonal es menor que la recta. 5.° Para obtener la proyección de una recta, basta obtener la de dos de sus puntos y unirlos por una recta.—ESCOLIO: Indeterminación de la recta, conocida la proyección.—TEOREMA: Las proyecciones de dos rectas paralelas sobre un plano son paralelas.—Recíproca: Condiciones que hay que agregar para que ésta pueda ser cierta. (Párrafos 528 al 534.)

Poliedros en general.—TEOREMA: No pueden existir más que cinco géneros de poliedros convexos, cuyas caras sean todas polígonos de igual número de lados y sus ángulos poliedros tengan todos el mismo número de aristas.—TEOREMA: La suma de los ángulos de todas las caras de un poliedro convexo, es igual á cuatro veces el número de vértices disminuído en dos unidades.—TEOREMA: Todo poliedro convexo puede descomponerse en tetraedros.—ESCOLIO: Tetraedros interiores y exteriores.—Estudio comparativo del número de caras, vértices y aristas de los poliedros regulares para deducir los conjugados. (Párrafos 738 al 742 y 744.)

Problemas.—Por un punto trazar una recta paralela á un plano.—Por un punto trazar un plano paralelo á una recta.—Por un punto trazar un plano paralelo á otro dado. (Párrafos 545 al 548.)

Papeleta 9.ª

Geometría plana.—*Polígonos.*—Definiciones: Polígono, lados, perímetro, vértices, ángulos, diagonales, polígonos convexos y cóncavos, equiláteros, equiángulos, regulares, irregulares; clasificación de los polígonos por el número de lados.—*Triángulos.*—Clasificación: Por sus lados, por sus ángulos, base, altura, catetos, hipotenusa; designación de lados y ángulos.—Propiedades.—TEOREMA: En todo triángulo, un lado cualquiera es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia: condición para formar un triángulo con tres rectas dadas.—COROLARIO: Si dos triángulos tienen un lado común, y un lado del primero corta á un lado del segundo, la suma de los lados que no se cortan es menor que la de los que se cortan.—TEOREMA: Si en un triángulo disminuye ó aumenta un ángulo, permaneciendo constantes los lados que lo forman, el lado opuesto disminuye ó aumenta también.—COROLARIO 1.° Si dos triángulos tienen dos lados del uno iguales á dos del otro, el tercer lado del primero será mayor ó menor que el tercer lado del segundo, según que el ángulo opuesto á aquél sea mayor ó menor que el opuesto á éste.—COROLARIO 2.° Si dichos ángulos fuesen iguales, los terceros lados deberían serlo.—Recíprocos del teorema y corolarios anteriores.—TEOREMA: En todo triángulo se verifica, que si un lado es mayor, igual ó menor que otro, el ángulo opuesto al primero estará en las mismas circunstancias respecto al opuesto al segundo.—COROLARIO: Si el triángulo es isósceles, á lados iguales se oponen ángulos iguales, y si es equilátero es también equiángulo. — Recíprocos del teorema y corolario.—ESCOLIO: Propiedades de que goza la altura de un triángulo isósceles.—TEOREMA: La suma de los tres ángulos de un triángulo es igual á dos rectos.—COROLARIOS: 1.° Un ángulo cualquiera de un triángulo es el suplemento de la suma de los otros dos.—2.° Si un triángulo tiene dos ángulos respectivamente iguales á dos ángulos de otro triángulo, los terceros ángulos son también iguales.—3.° Cualquier ángulo externo de un triángulo es igual á la suma de los dos que no le son adyacentes.—4.° Un triángulo sólo puede tener un ángulo recto ú obtuso.—5.° En un triángulo rectángulo, los dos ángulos agudos son complementarios.—6.° Dos triángulos cuyos lados sean respectivamente paralelos ó perpendiculares, tienen sus ángulos respectivamente iguales. (Párrafos 50 al 66.)

Medida de la circunferencia.—Escolios que se derivan de la relación que liga la longitud de las líneas quebradas inscrita y circunscrita á una curva convexa, suponiendo invariable la longitud de la curva.—Consecuencias que se deducen: 1.ª Longitud de una quebrada inscripta á una curva, y cuyo número de lados aumenta.—2.ª Idem de una circunscrita. 3.ª Tránsito de los perímetros de las inscritas á las circunscritas.—4.ª Cómo puede considerarse una curva y nueva definición de tangente.—5.ª Una curva convexa es menor que una quebrada que la envuelva y mayor que otra á que envuelve, teniendo todas los mismos extremos.—6.ª Relación entre tres curvas que se envuelvan, teniendo iguales extremos. 7.ª Relación entre una curva convexa cerrada y otra que la envuelva.—8.ª Relación entre un arco convexo y su cuerda. (Párrafo 371.)

Problema. — Dividir geométricamente una recta en media y extrema razón.—ESCOLIO: Valores de los segmentos en función de la recta. (Párrafos 314 y 315.)

Geometría en el espacio.—*Proyecciones.*—TEOREMA: Si dos rectas son perpendiculares y una de ellas es paralela á un plano, las proyecciones ortogonales de ambas sobre este plano son también perpendiculares.—Recíproco.—ESCOLIO: Teorema de las tres perpendiculares.—TEOREMA: Si una recta es perpendicular á un plano, la proyección de la primera sobre un cierto plano es perpendicular á la traza del plano dado sobre el de proyección.—La recíproca no es cierta.—Condiciones para que la recta sea perpendicular al plano. (Párrafos 534 al 537.)

Poliedros regulares convexos.—Sólo pueden existir cinco clases de poliedros regulares convexos.—Comprobar su existencia, construyendo el tetraedro, el exaedro ó cubo y el octaedro. (Párrafos 742 y 743.)

Problemas.—Por una recta, trazar el plano paralelo á otra recta dada.—Por dos rectas que se cruzan, hacer pasar dos planos paralelos. (Párrafos 548 y 549.)

Papeleta 10.ª

Geometría plana.—*Propiedades de los triángulos.*—TEOREMA: En todo triángulo se verifica que las perpendiculares trazadas á los lados en sus puntos medios, se cortan en un mismo punto, que equidista, por consiguiente, de los tres vértices. COROLARIO: En un triángulo rectángulo, el punto equidistante de los tres vértices es el punto medio de la hipotenusa. TEOREMA: En todo triángulo se verifica que las tres alturas se cortan en un mismo punto.—COROLARIO: Si el triángulo es rectángulo, las alturas se cortan en el vértice del ángulo recto.—TEOREMA: En todo triángulo las bisectrices de sus tres ángulos se cortan en un mismo punto, que equidista, por consiguiente, de los tres lados.—COROLARIO: En un triángulo equilátero el punto equidistante de los vértices, el de intersección de las alturas y el de las bisectrices coinciden en uno solo. ESCOLIO: Considerar prolongados más allá de los vértices los tres lados del triángulo y determinar los puntos que equidistan de las tres rectas. (Párrafos 66 al 73.)

Medida de la circunferencia.—Rectificación de la circunferencia.—Fórmula que da la longitud de un arco.—Relación de la circunferencia al diámetro.—Método de los perímetros: Primer procedimiento: $R = 1$; Segundo procedimiento: $R = \frac{1}{2}$. (Párrafos 379, primera cuestión del 380 y los 382 y 387.)

Problemas.—Dada una recta y un punto fuera de ella, trazar por éste otra recta que forme con la dada un ángulo conocido.—Construir un cuadrado equivalente á un círculo dado. (Párrafos 190 y 453.)

Geometría en el espacio.—*Angulos de rectas y planos.*—Consideraciones y definiciones.—TEOREMA: Por un punto dado en un plano, la recta que se trace en él formando el mayor ángulo posible con otro plano, es perpendicular á la traza del primero sobre el segundo.—ESCOLIO: Línea de máxima pendiente.—Mínimas distancias.—Consideraciones.—Mínima distancia: 1.° De un punto á un plano.—2.° Entre una recta y un plano paralelos. 3.° Entre dos planos paralelos.—4.° Entre dos rectas que se cruzan.—TEOREMA: Dadas dos rectas que se cruzan, existe siempre una recta, y sólo una, que es perpendicular á ambas.—ESCOLIO: Cuando sólo se desea la longitud de la mínima distancia. (Párrafos 537 al 545.)

Poliedros regulares convexos.—Construir el dodecaedro y el icosaedro. (Párrafo 743.)

Problema.—Por un punto, trazar la recta perpendicular á un plano; procedimiento según que el punto esté fuera del plano ó en el plano. (Párrafo 550.)

Papeleta 11.ª

Geometría plana.—*Igualdad de triángulos.*—TEOREMA: Dos triángulos son iguales en cualquiera de los tres casos siguientes: 1.° Cuando dos lados y el ángulo comprendido en uno de los triángulos son, respectivamente, iguales á dos lados y el ángulo comprendido en el otro.—2.° Cuando tienen análogamente iguales un lado y dos ángulos, estando dispuestos del mismo modo.—3.° Cuando son iguales los tres lados del uno á los tres del otro.—COROLARIOS: 1.° Condiciones suficientes para que sean iguales dos triángulos isósceles.—2.° Idem para la igualdad de los equiláteros.—3.° Idem para la de los rectángulos.—ESCOLIO: Elementos iguales que deben tener dos triángulos para poder deducir la igualdad de éstos.—*Nuevas propiedades de los triángulos.*—TEOREMA: La recta que une los puntos medios de dos lados de un triángulo, es paralela al tercer lado é igual á su mitad.—TEOREMA: En todo triángulo, las tres medianas se cortan en un mismo punto, que se encuentra sobre cada una de ellas á la tercera parte desde el lado ó á las dos terceras partes desde el vértice.—COROLARIO: En un triángulo equilátero, este punto coincide con el que equidista de los vértices y de los lados, y es común á las tres alturas.—TEOREMA: En todo triángulo, el punto equidistante de los tres vértices, el común á las tres medianas y el de concurso de las tres alturas, están en línea recta, y la distancia del primero de estos puntos al segundo es la mitad de la de éste al tercero. (Párrafos 73 al 82.)

Areas.—Definiciones: área; figuras equivalentes, iguales y semejantes; medida de las superficies.—*Determinación de las áreas.*—En las figuras rectilíneas.—TEOREMA: Si dos rectángulos de la misma base tienen alturas iguales, son iguales; si un rectángulo tiene la misma base que otros dos y su altura es igual á la suma de las de éstos, el primer rectángulo es igual á la suma de los segundos.—COROLARIOS: 1.° Dos rectángulos que tengan bases iguales, son proporcionales á sus alturas; 2.° Dos rectángulos de alturas iguales son proporcionales á sus bases; 3.° Todo rectángulo es proporcional á su base y á su altura; 4.° La relación de las áreas de dos rectángulos es igual á la relación de los productos de los números que miden sus respectivas bases y alturas.—ESCOLIO: Dimensiones de un rectángulo.—TEOREMA: El área de un rectángulo es igual al producto del número que mide su base por el que mide su altura. COROLARIO: Area de un cuadrado.—TEOREMA: Area de un paralelogramo.—TEOREMA: Area de un triángulo; hallar esta área en función del lado, cuando el triángulo es equilátero. (Párrafos 389 al 399.)

Problemas.—Dada una recta y un punto, trazar por éste una paralela á aquélla. Trazar una perpendicular á una recta desde un punto fuera de ella. (Párrafos 186 y 188.)

Geometría en el espacio.—*Angulos diedros.*—Definiciones: Diedro; caras; aristas; diedros adyacentes; ídem opuestos por la arista; plano bisector.—Angulo rectilíneo correspondiente á un diedro. TEOREMA: Si dos ángulos diedros son iguales, lo son también sus rectilíneos correspondientes.—Recíprocamente.—Magnitud del diedro.—Clasificación.—Consecuencias.—Medida de los diedros. TEOREMA: Dos ángulos diedros son proporcionales á sus rectilíneos correspondientes.—COROLARIO: Deducir la medida de un ángulo diedro. (Párrafos 558 al 569.)

Poliedros regulares.—Esfera inscrita y circunscrita á los poliedros regulares.—TEOREMA: Todo poliedro regular convexo es inscriptible y circunscriptible á una superficie esférica.—ESCOLIO: Descomposición de un poliedro regular en pirámides regulares é iguales. (Párrafos 745 y 746.)

Problema.—Hallar el radio de una esfera sólida. (Párrafos 700 y 701.)

Papeleta 12.ª

Geometría plana.—*Cuadriláteros.*—Clasificación.—Propiedades.—TEOREMA: En todo paralelogramo se verifica: 1.° Los lados opuestos son iguales; 2.° Los ángulos opuestos también; 3.° Los ángulos que tienen un lado común son suplementarios, y 4.° Las diagonales se cortan en dos partes iguales.—TEOREMA: Un cuadrilátero es paralelogramo si se verifica una de las cuatro condiciones siguientes: 1.ª Tener los lados opuestos iguales; 2.ª Tener los ángulos opuestos iguales; 3.ª Ser iguales y paralelos los lados opuestos, y 4.ª Cortarse las diagonales en su punto medio.—TEOREMA: En el rombo, además de las propiedades del paralelogramo, se verifica que las diagonales son perpendiculares ó bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.—Recíprocamente: Si en un paralelogramo las diagonales son perpendiculares ó bisectrices de los ángulos, la figura es un rombo.—TEOREMA: El rectángulo, además de las propiedades del paralelogramo, tiene iguales las diagonales.—Recíprocamente: Si las diagonales de un paralelogramo son iguales, la figura es un rectángulo.—ESCOLIO: Propiedades de las diagonales de un cuadrado, por ser éste, á la vez, rectángulo y rombo.—TEOREMA: En todo trapecio la recta que une los puntos medios de los lados no paralelos es paralela á las bases; la parte de dicha recta comprendida entre aquellos lados es igual á la semisuma de éstas, y la parte comprendida entre las diagonales, es igual á la semidiferencia de las mismas bases.—Base media.—Igualdad de paralelogramos.—TEOREMA: Dos paralelogramos son iguales cuando dos lados y el ángulo comprendido en uno de ellos son iguales á los mismos elementos del otro; dos rectángulos, cuando son respectivamente iguales dos lados contiguos; dos rombos, si tienen iguales un lado y un ángulo, y dos cuadrados, si tienen igual lado. (Párrafos 82 al 92.)

Areas.—TEOREMA: El área de un trapecio es igual al producto de la altura por la semisuma de las bases.—TEOREMA: El área de un polígono regular convexo es igual á la mitad del producto de la longitud de perímetro por la apotema.—Area del sector poligonal regular.—ESCOLIO: Area del triángulo equilátero y demás polígonos regulares en función del lado.—Area de un polígono cualquiera. (Párrafos 401, 402, 404 y 405.)

Problemas.—Dada una recta, y en ella un punto, trazar por éste otra recta que forme, con la dada, un ángulo conocido. Transformar un triángulo dado en otro equivalente é isósceles, conservando uno de sus ángulos. (Párrafos 189 y 446.)

Geometría en el espacio.—*Angulos poliedros.*—Definiciones: Aristas, vértice, caras, ángulo plano, plano diagonal, ángulos poliedros, cóncavos y convexos, caracteres distintivos de unos y otros, clasificación.—Demostrar que puede hallarse siempre un plano que corte á todas las aristas de un ángulo poliedro convexo, siendo también convexo el polígono resultante.—Clasificación de los ángulos poliedros, según el número de sus caras.—Definición de ángulos poliedros regulares. (Párrafos 569 á 574).

Poliedros regulares conjugados.—TEOREMA: Los centros de las caras de un poliedro regular son los vértices de otro poliedro regular, conjugado con el primero.—ESCOLIO: Razón de la calificación de conjugados que se da á los poliedros regulares. (Párrafos 747 y 748).

Problema.—Dados dos puntos en la superficie de una esfera, hacer pasar por ellos una circunferencia de círculo máximo. (Párrafo 702.)

Papeleta 13.ª

Geometría plana.—Polígonos en general.—TEOREMA: El número de diagonales de un polígono es igual á $\frac{n(n-3)}{2}$ siendo n el número de lados.—TEOREMA: En todo polígono convexo la suma de sus ángulos internos es igual á tantas veces dos ángulos rectos como lados tiene, menos cuatro rectos, ó á tantas veces dos rectos como lados tiene, menos dos.—ESCOLIO 1.° Descomposición de un polígono en triángulos partiendo de un punto interior, en un lado ó en un vértice.—2.° Cuando el punto sea exterior.—TEOREMA: Si se prolongan en el mismo sentido todos los lados de un polígono convexo, la suma de los ángulos externos que resultan es igual á cuatro ángulos rectos.—COROLARIO: No existe ningún polígono convexo con más de tres ángulos internos que sean agudos. (Párrafos 92 al 97.)

Areas.—En las figuras mixtilíneas.—Fórmula de Simpson.—En el círculo.—TEOREMA: El área de un círculo es igual ..... —COROLARIO: En función del diámetro y en función de la circunferencia.—TEOREMA: El área de un sector es igual á la mitad del producto de su arco por el radio.—Comparación de las áreas de un círculo y de un sector.—TEOREMA: El área de un segmento circular es igual al producto de la mitad del radio por la diferencia entre su arco y la mitad de la cuerda del arco doble. (Párrafos 406, 407 y 409 al 415.)

Problemas.—Construir un polígono semejante á otro dado sobre una recta dada, ó conocida la relación de semejanza $\frac{m}{n}$.—Transformar un triángulo en otro equivalente y equilátero. (Párrafos 321 y 447.)

Geometría en el espacio.—*Angulos diedros.*—Definiciones.—Diedro, caras, aristas, diedros adyacentes, ídem opuestos por la arista, plano bisector.—*Angulo rectilíneo correspondiente á un diedro.*—TEOREMA: Si dos ángulos diedros son iguales, lo son también los rectilíneos correspondientes.—Recíproca.—Magnitud de un diedro.—Comparación con el rectilíneo correspondiente.—Clasificación. Consecuencias: 1.ª Si un diedro es recto ... —2.ª Si el rectilíneo correspondiente á un diedro es recto ... —3.ª Todos los diedros rectos son ...—4.ª Si dos diedros adyacentes, tienen las caras no comunes en prolongación ...—5.ª Los diedros opuestos por la arista ...; y 6.ª Todos los diedros sucesivos que forman varios planos que pasan por una recta ... —*Medida de los diedros.*—TEOREMA: Dos ángulos diedros son proporcionales á sus rectilíneos correspondientes.—COROLARIO.—Todo diedro tiene por medida la del rectilíneo correspondiente.—ESCOLIO: Expresión de la medida de un diedro.—Observación: La correspondencia entre los ángulos diedros y los rectilíneos permite aplicarles varias propiedades de los ángulos, cuales son ... (Párrafos 558 al 569.)

Comparación de los cuerpos por su magnitud, forma y posición.—Igualdad.—Generalidades.—*Igualdad de poliedros.*—TEOREMA: Dos tetraedros son iguales cuando tienen iguales y dispuestos de la misma manera: 1.° Un diedro y los dos triángulos que lo forman: 2.° Una cara y los tres diedros adyacentes; 3.° Sus aristas.—TEOREMA: Dos pirámides son iguales cuando tienen iguales un ángulo triedro formado por la base y dos caras laterales, además de serlo estos polígonos y estar dispuestos de la misma manera. ESCOLIO: Dos pirámides regulares son iguales, si tienen iguales bases y alturas.—TEOREMA: Dos prismas son iguales cuando las tres caras que forman un tiedro en el primero son iguales á las tres que forman otro triedro en el segundo, estando semejantemente colocadas.—ESCOLIOS: 1.° Dos prismas rectos son iguales si lo son sus bases y alturas.—2.° Dos paralelepípedos rectángulos si tienen sus aristas iguales.—Dos cubos ... —4.° Dos troncos de prisma recto, cuando tienen iguales bases é iguales de dos en dos y dispuestas del mismo modo las aristas laterales.—TEOREMA: Dos poliedros son iguales cuando se componen de igual número de tetraedros iguales é igualmente dispuestos. (Párrafos 757 al 766.)

Problema.—Trazar un arco de círculo máximo perpendicular á otro dado en su punto medio, ó sea dividir en dos partes iguales un arco de círculo máximo. (Párrafo 704.)

Papeleta 14.ª

Geometría plana.—*Igualdad de polígonos.*—Consideraciones que inducen á determinar la igualdad de dos polígonos con el menor número de condiciones posible.—Dos polígonos de igual número de lados son iguales en cualquiera de los casos siguientes: 1.° Si tienen de dos en dos iguales todos los lados menos uno, y todos los ángulos formados por lados iguales; 2.° Si todos los ángulos menos uno, y todos los lados menos los que formen el ángulo exceptuado, son iguales en los dos polígonos; 3.° Si tienen iguales todos los lados y todos los ángulos, menos tres consecutivos; 4.° Si tienen un lado igual, é iguales de dos en dos las distancias de todos los vértices á los extremos de dichos lados; 5.° Si se componen del mismo número de triángulos iguales de dos en dos é igualmente dispuestos en cada polígono.—ESCOLIO: Número de condiciones para determinar la igualdad de dos polígonos. (Párrafos 97 al 100.)

Comparación de áreas.—Consecuencias que se deducen al comparar las áreas de dos paralelógramos ó de dos triángulos: 1.° Dos paralelogramos ó dos triángulos de la misma base y de la misma altura son equivalentes; 2.° Las áreas de dos paralelógramos ó de dos triángulos son entre sí como los productos de...—TEOREMA: Si dos triángulos tienen dos ángulos (uno de cada triángulo) iguales ó suplementarios, la relación de sus áreas es igual á la relación de los productos de los números que miden los dos lados que forman cada uno de los expresados ángulos. (Párrafos 415 al 417.)

Problemas.—Dados el radio y la longitud de un arco, calcular su amplitud.—Hallar la amplitud de un arco cuya longitud sea igual al radio.—Dadas la longitud y amplitud de un arco, hallar la longitud de su radio. (Párrafo 381 en los casos 3.°, 4.° y 5.°)

Geometría en el espacio.—*Angulo triedro.*—Definiciones: Triedro simétrico. Caso de coincidencia de los triedros simétricos.—Triedros suplementarios.—TEOREMA: Si un triedro es suplementario de otro, éste lo es de aquél.—TEOREMA: En dos triedros suplementarios, cada diedro de uno de ellos es el suplemento de la cara correspondiente del otro.—ESCOLIO: Propiedad correlativa ó suplementaria. (Párrafos 575 al 583.)

Simetría.—Definiciones: Simetría respecto á un centro, á un eje y á un plano; figuras simétricas; orientación.—Simetría respecto á un eje.—TEOREMA: Dos figuras simétricas respecto á un eje, son iguales.—COROLARIO: En un poliedro simétrico respecto á un eje, se verifica: 1.° Toda recta que corte al eje perpendicularmente y se limite en la superficie del poliedro, queda dividida por dicho eje en dos partes iguales; 2.° Todo plano que pase por el eje produce una sección simétrica respecto al mismo eje; 3.° Todo plano trazado por el eje corta al poliedro en dos partes iguales; 4.° Todo plano perpendicular al eje produce una sección, de la cual es centro de simetría la intersección del plano con el eje.—ESCOLIO 1.° Son ejes de simetría: En un prisma recto cuyas bases sean simétricas respecto á un punto, la recta que une esos puntos; en un paralelepípedo rectángulo, las tres rectas que unen los centros de las caras opuestas; y si las bases son cuadrados, las dos rectas que unen los puntos medios de las aristas laterales opuestas; el eje de una pirámide regular de número par de caras laterales.—ESCOLIO 2.° Simetría de posición. (Párrafos 769 al 774.)

Problema.—Construir un triángulo esférico, dados los tres ángulos. (Párrafo 707.)

Papeleta 15.ª

Geometría plana.—*Simetría en los polígonos.*—Definiciones: Puntos simétricos; centro; eje; polígonos simétricos; igualdad de éstos; manera de hacerlos coincidir; simetría entre los elementos de un mismo polígono.—*Circunferencia.*—Definiciones: Circunferencia, centro, arco, radio, secante, cuerda, diámetro, tangente, normal, círculo, sector circular, arcos iguales, suma de arcos.—Propiedades que se deducen de las definiciones: 1.ª Una circunferencia es el lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan...; 2.ª Todos los radios de una circunferencia...; 3.ª El diámetro es la mayor...; 4.ª El diámetro divide á la circunferencia y al círculo... —TEOREMA: Por tres puntos que no estén en línea recta se puede siempre hacer pasar una circunferencia y sólo una.—ESCOLIO: Puede considerarse una recta como el límite de una circunferencia cuyo radio haya ido creciendo hasta hacerse infinito. (Párrafos 100 al 111.)

Comparación de áreas.—TEOREMA: El cuadrado construído sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es equivalente á la suma de los cuadrados construídos sobre los catetos.—COROLARIOS: 1.° Los cuadrados construídos sobre los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales á las proyecciones de estos lados sobre la hipotenusa; 2.° Los cuadrados construídos sobre las cuerdas que parten de los extremos de un mismo diámetro son proporcionales á las proyecciones de estas cuerdas sobre dicho diámetro. (Párrafos 417 al 419.)

Problema.—Dados dos círculos, trazar una tangente común á sus circunferencias.—Discusión.—ESCOLIO: Las tangentes se encuentran en un mismo punto de la línea de los centros, y ésta es bisectriz del ángulo que forman.—Estas tangentes son iguales. (Párrafos 211 al 214.)

Geometría en el espacio.—*Angulos triedros.*—TEOREMA: En todo triedro una cara cualquiera es menor que la suma y mayor que la diferencia de las otras dos. COROLARIOS: 1.° Si tres ángulos son tales, que uno de ellos es igual á la suma de los otros dos, las tres rectas que lo forman están en un mismo plano; 2.° Si en el interior de un triedro se traza una recta cualquiera que pase por el vértice, y se imaginan los ángulos planos que forma con dos aristas de una cara, la suma de estos ángulos es menor que la de las otras dos caras; 3.° Si dos triedros tienen una cara común, y una cara del primero corta á otra cara del segundo, la suma de las caras que no se cortan es menor que la de las que se cortan; 4.° En todo triedro, á mayor ángulo diedro se opone mayor cara.—ESCOLIO: En todo triedro isoedro, los diedros opuestos á las caras iguales, son iguales.—En todo triedro, á mayor cara se opone mayor diedro.—Si un triedro tiene las tres caras iguales, lo serán también los tres diedros, y, por consiguiente, será regular. (Párrafos 583 al 586.)

Simetría respecto á un centro ó á un plano.—TEOREMA: Dos figuras simétricas de una tercera con relación á dos centros distintos, son iguales.—ESCOLIO: Una figura simétrica de otra con respecto á un centro cualquiera, tiene siempre la misma forma y magnitud é igual orientación.—TEOREMA: Si dos figuras son simétricas respecto á un centro, se las puede colocar de modo que sean simétricas con relación á un plano cualquiera que pase por este centro, y recíprocamente.—COROLARIOS: 1.° Si de una figura se determinan sus simétricas respecto á dos planos distintos, estas figuras podrán colocarse simétricamente á la primera, respecto á dos centros. 2.° Dada una figura y atendiendo sólo á la forma, no hay más que una simétrica.—ESCOLIO: Para demostrar una propiedad cualquiera de las figuras simétricas se puede elegir la simetría que más convenga. (Párrafos 774 al 779.)

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

Papeleta 16.ª

Geometría plana.—*Propiedades relativas de la recta y la circunferencia.*—Cuerdas.—TEOREMA: En una misma circunferencia ó en circunferencias iguales, los arcos iguales son subtendidos por cuerdas iguales, y en los desiguales, al mayor corresponde cuerda mayor.—Recíprocamente.—TEOREMA: En un mismo círculo ó en círculos iguales, las cuerdas iguales equidistan del centro, y de las desiguales la mayor dista menos.—Recíprocamente. TEOREMA: El diámetro perpendicular á una cuerda divide á ésta y á los dos arcos subtendidos por ella en dos partes iguales.—COROLARIOS: 1.° Por un punto interior á una circunferencia, la mayor cuerda que puede trazarse es un diámetro, y la menor, la que sea perpendicular á este diámetro; 2.° El lugar geométrico de los puntos medios de un sistema de cuerdas paralelas, es el diámetro perpendicular á su común dirección.—ESCOLIOS: 1.° El diámetro determinado por el punto medio de un arco es perpendicular á su cuerda, la divide en dos partes iguales y también al resto de la circunferencia; 2.° Definición de sagita ó flecha.—Tangente.—Definición.—Razonamiento para probar la existencia de las tangentes.—Consecuencias: 1.ª Por un punto de una circunferencia puede siempre trazársele...; 2.ª La tangente es paralela al sistema de cuerdas paralelas...—Definiciones más generales de la tangente y que tengan aplicación á cualquier curva.—Curva convexa y cóncava.—Angulo de dos curvas. (Párrafos 111 al 122.)

Comparación de áreas.—Areas de figuras semejantes.—TEOREMA: Las áreas de dos triángulos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos, y la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relacion de semejanza.—TEOREMA: Las áreas de dos polígonos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos, ó bien la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza. COROLARIOS: 1.° Las áreas de dos polígonos regulares de igual número de lados son proporcionales á los cuadrados de sus radios y apotemas; 2.° El área del polígono construído sobre la hipotenusa es igual á la suma de las áreas de los polígonos semejantes construídos sobre los catetos.—TEOREMA: Las áreas de dos círculos son proporcionales á los cuadrados de sus radios ó á los cuadrados de sus diámetros.—COROLARIOS: 1.° Si tomando como diámetro la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo, se construyen tres círculos, se tendrá que el círculo construído sobre la hipotenusa...; 2.° Lúnulas.—TEOREMA: Las áreas de dos sectores semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus radios.—TEOREMA: Las áreas de dos segmentos semejantes son proporcionales á los cuadrados de sus radios. (Párrafos 420 al 427.)

Problema.—Dados tres puntos que no estén en línea recta, trazar la circunferencia que determinan. (Párrafo 207.)

Geometría en el espacio.—*Propiedades de los triedros.*—TEOREMA: Si en un triedro un ángulo diedro disminuye ó aumenta, permaneciendo constantes las caras que lo forman, la tercera cara disminuye ó aumenta también.—COROLARIOS: 1.° Si en dos triedros dos caras del uno son, respectivamente, iguales á dos del otro, la tercera cara del primero será mayor ó menor que la tercera del segundo, según que el diedro opuesto á aquélla sea mayor ó menor que el opuesto á ésta; 2.° Si los diedros comprendidos por las caras iguales fuesen iguales, las terceras caras lo serán también.—TEOREMA: Si dos triedros son tales que las caras del uno son iguales, respectivamente, á las del otro, también son iguales los ángulos diedros que se corresponden; es decir, los que en cada triedro se oponen á las caras que son iguales. (Párrafos 586 al 589.)

Simetría.—Simetría respecto á un centro ó á un plano.—TEOREMA: La figura simétrica de una recta es otra recta.—COROLARIOS: 1.° Dos rectas limitadas simétricas son iguales; 2.° El ángulo de dos rectas es igual al de sus simétricas.—ESCOLI: La recta simétrica de otra con respecto á un centro, es paralela y de sentido contrario á la propuesta, equidistando ambas del centro; y dos rectas simétricas respecto á un plano, forman con él ángulos iguales y le cortan en un mismo punto.—TEOREMA: La figura simétrica de un plano es otro plano.—COROLARIOS: 1.° La figura simétrica de un polígono plano es otro polígono igual á él; 2.° El ángulo de dos planos es igual al de sus simétricos. ESCOLIO: Dos planos simétricos con relación á un centro, son paralelos y equidistan del mismo.—Dos planos simétricos respecto á un plano, forman con éste ángulos iguales y le cortan según una misma recta.—TEOREMA: Dos poliedros simétricos tienen: 1.°, sus caras iguales una á una; 2.°, sus diedros homólogos iguales, y 3.°, sus ángulos poliedros homólogos simétricos.—ESCOLIO. Centros y planos de simetría en los paralelepípedos.—Observación. (Párrafos 779 al 788.)

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á otro. (Párrafo 552.)

Papeleta 17.ª

Geometría plana.—*Propiedades relativas de la recta y la circunferencia.*—Normales.—Definición.—TEOREMA: Toda oblicua que parte de un punto no situado en la circunferencia, tiene su longitud comprendida entre las dos normales...—ESCOLIO: Distancia de un punto á una circunferencia.—Secantes y tangentes.—TEOREMA: Dos paralelas interceptan en una circunferencia... (Párrafos 122 al 126.)

Comparación de áreas.—Areas de figuras isoperímetras.—Máximos y mínimos. TEOREMA: Entre todos los triángulos que tengan la misma base y el mismo perímetro, el isósceles es el que tiene mayor superficie.—COROLARIO: relativo al equilátero.—TEOREMA: Entre todos los triángulos de la misma base y superficie equivalente, el isósceles es el de perímetro mínimo. COROLARIO: relativo al equilátero.—TEOREMA: Si se dan dos lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que el ángulo comprendido por dichos lados sea recto.—TEOREMA: Si se da la suma de dos lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que dicha suma se divida en dos partes iguales y estos lados estén en ángulo recto. (Párrafos 427 al 433.)

Problemas.—Trazar la perpendicular á una recta por un punto dado en ella.—1.° Cuando el punto dado sea el punto medio de la recta. 2.° Cuando el punto dado sea uno cualquiera; y 3.° Cuando el punto dado sea el extremo de la recta. (Párrafo 187.)

Geometría en el espacio.—*Angulo triedro.*—TEOREMA: En todo triedro la suma de las tres caras es menor que cuatro ángulos rectos.—ESCOLIO: Haciendo aplicación de las propiedades correlativas, demostrar: 1.° Que la suma de los diedros de un triedro está comprendida entre dos y seis rectos; 2.° Que en todo triedro el menor de los diedros, aumentado en dos rectos, es mayor que la suma de los otros dos.—Observación referente á la clasificación de los triedros por el número de ángulos diedros rectos que tengan. (Párrafos 589 al 592.)

Diámetros y planos diametrales.—Consideraciones.—Diámetros.—Definición; cuerda; puntos homólogos; lados homólogos; diámetro y cuerdas conjugados.—TEOREMA: Cuando los vértices de un polígono determinan, de dos en dos, un sistema de cuerdas paralelas, dividida cada una en dos partes iguales por una misma recta, otra cualquiera, paralela á dichas cuerdas y limitada por el perímetro del polígono, queda dividida del mismo modo por la primera recta, que es, por consiguiente, un diámetro.—COROLARIO: Si un polígono tiene un diámetro, los lados homólogos, si no son paralelos, se cortan en un mismo punto de dicho diámetro. ESCOLIO: Relación entre los ejes de simetría y los diámetros.—*Planos diametrales.*—Definición; cuerda; puntos homólogos; plano diametral y sistema de cuerdas conjugadas.—TEOREMA: Cuando los vértices de un poliedro determinan de dos en dos un sistema de cuerdas paralelas, dividida cada una en dos partes iguales por un mismo plano, toda recta paralela á dichas cuerdas y limitada por la superficie del poliedro, queda dividida del mismo modo por dicho plano, que es, por consiguiente, un plano diametral. COROLARIO: Si un poliedro tiene un plano diametral, las rectas determinadas por dos pares de vértices homólogos cortan á dicho plano, si no le son paralelos, en un mismo punto; y los planos determinados por puntos homólogos cortan también al diametral, si no le son paralelos, según una misma recta.—ESCOLIO: Relación entre los planos de simetría y los planos diametrales. (Párrafos 788 al 797.)

Problema.—Hallar la menor distancia entre dos rectas que se cruzan. (Párrafo 555.)

Papeleta 18.ª

Geometría plana.—*Medida de líneas y ángulos.*—Preliminares. De la medida en general: Comparación de la magnitud con la unidad: origen de los números enteros, fraccionarios é inconmensurables, según enseña la Aritmética, y qué se entiende por medida de estos últimos; razón de los frecuentes casos de inconmensurabilidad en Geometría.—Consideraciones que conducen á demostrar que se obtiene la relación ó razón de dos magnitudes de la misma especie, dividiendo el número que expresa la medida de la primera, por el que expresa la medida de la segunda.—Medida directa; comparación directa con la unidad.—Medida indirecta; casos en que la naturaleza de la magnitud no permite la comparación directa: Ejemplos.—Magnitudes proporcionales: cuándo son proporcionales dos magnitudes cualesquiera.—Cuarta, media y tercera proporcional; magnitudes directa é inversamente proporcionales. (Párrafos 133 al 144.)

Comparación de áreas.—Areas de figuras isoperímetras.—Máximos y mínimos. TEOREMA: Entre todas las figuras planas isoperímetras, la de área máxima es el círculo.—TEOREMA: Entre todas las figuras equivalentes, el círculo es la de perímetro mínimo. (Párrafos 433 al 436.)

Problemas.—Sobre una recta dada construir un triángulo semejante á otro dado.—Construir un polígono semejante á otro y cuyo perímetro sea igual á una recta dada. (Párrafos 320 y 322.)

Geometría en el espacio.—*Igualdad de ángulos triedros.*—TEOREMA: Dos ángulos triedros son iguales, cuando tienen: 1.° Una cara y los dos diedros adyacentes respectivamente iguales y dispuestos igualmente; 2.° Un diedro igual, formado por caras respectivamente iguales y dispuestas de la misma manera; 3.° Las caras respectivamente iguales y dispuestas del mismo modo; 4.° Sus diedros respectivamente iguales é igualmente dispuestos.—COROLARIO: Determinación de un triedro.—ESCOLIOS: 1.° Triedros simétricos; 2.° Analogía con los triángulos rectilíneos. (Párrafos 592 al 595.)

Semejanza.—Definiciones.—Poliedros inversamente semejantes.—Consecuencias de la definición: En dos poliedros semejantes las aristas homólogas son proporcionales.—*Propiedades.*—TEOREMA: Dos tetraedros son semejantes en los cuatro casos siguientes: 1.° Cuando tienen un diedro igual comprendido por dos caras semejantes una á una y semejantemente dispuestas; 2.° Cuando tienen una cara semejante é iguales los tres diedros adyacentes y semejantemente dispuestos. 3.° Cuando tienen igual un ángulo triedro y semejantes y semejantemente colocadas las tres caras que lo constituyen; 4.° Cuando tienen respectivamente iguales y semejantemente dispuestos sus diedros.—TEOREMA: Si se corta una pirámide por un plano paralelo á la base, la pirámide total y la deficiente son semejantes. (Párrafos 797 al 801.)

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á otro. (Párrafo 552.)

Papeleta 19.ª

Geometría plana.—*Magnitudes proporcionales.*—Origen de la proporcionalidad y procedimiento expedito para conocerla.—TEOREMA: Si dos magnitudes varían simultáneamente, de tal modo, que á dos valores iguales de la primera correspondan otros dos valores iguales de la segunda, y á un valor de la primera que sea la suma de otros dos de la misma corresponda otro valor de la segunda que sea la suma de los correspondientes á aquéllos, dichas magnitudes serán directamente proporcionales.—Recíprocamente.—Regla general para la proporcionalidad directa.—Si falta alguna de las dos condiciones expresadas, las magnitudes no son proporcionales; Ejemplo.—Magnitud proporcional á otras varias.—Definición.—Demostrar que cuando una magnitud es proporcional á otras varias, la relación de dos valores cualesquiera de la primera es igual al producto de las relaciones de los valores correspondientes de todas las demás. (Párrafos 144 al 152.)

Semejanza de figuras.—Definiciones: elementos homólogos; relación de semejanza.—Polígonos semejantes.—Semejanza de polígonos.—LEMA: Toda paralela á uno de los lados de un triángulo, forma con los otros dos un nuevo triángulo semejante al primero.—TEOREMA: Dos triángulos son semejantes: 1.° Cuando son equiángulos; 2.° Cuando tienen un ángulo igual comprendido por lados proporcionales; 3.° Cuando sus lados homólogos son proporcionales.—COROLARIOS: 1.° Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus lados respectivamente paralelos ó perpendiculares; 2.° Dos triángulos rectángulos son semejantes cuando tienen un ángulo agudo igual.—ESCOLIOS: 1.° En los triángulos, de la igualdad de ángulos se deduce la proporcionalidad de lados y recíprocamente; 2.° y 3.° Comparación de la semejanza con la igualdad.—TEOREMA: Dos polígonos son semejantes cuando se componen del mismo número de triángulos semejantes de dos en dos, é igualmente dispuestos.—Recíprocamente: Dos polígonos semejantes pueden descomponerse... ESCOLIO.—TEOREMA: Dos polígonos de igual número de lados son semejantes, cuando se sabe que todos los lados menos uno en cada polígono, son de dos en dos proporcionales, é iguales del mismo modo los ángulos en que no intervengan los lados exceptuados.—TEOREMA: Dos polígonos de igual número de lados son semejantes, si consta que todos los ángulos menos uno del primero, son iguales, respectivamente, á otros tantos del segundo, y que los lados que forman estos ángulos, menos los del exceptuado, son proporcionales.—COROLARIO: Casos de semejanza de algunas figuras.—ESCOLIO: Condiciones de semejanza. (Párrafos 256 al 270.)

Problemas.—Dado un polígono regular inscrito en una circunferencia, inscribir en ella otro de doble número de lados y calcular su lado, en función del de aquél.—ESCOLIOS: 1.° Dada la cuerda de un arco, calcular la del arco mitad; 2.° El perímetro del polígono buscado es mayor que el del propuesto. (Párrafos 344 y 345.)

Geometría en el espacio.—*Angulos poliedros.*—Angulos poliedros simétricos.—Angulos poliedros suplementarios.—TEOREMA: Si un ángulo poliedro es suplementario de otro, éste lo es de aquél. TEOREMA: En dos ángulos poliedros suplementarios, un diedro cualquiera de uno de ellos es suplemento de la cara correspondiente del otro.—TEOREMA: En un ángulo poliedro, una cara cualquiera es menor que la suma de todas las demás.—TEOREMA: En todo ángulo poliedro convexo, la suma de sus caras es menor que cuatro ángulos rectos.—TEOREMA: En todo ángulo poliedro se verifica que la suma de sus diedros está comprendida entre tantas veces dos rectos como aristas tenga, y este mismo número disminuído en cuatro rectos. Igualdad de ángulos poliedros. (Párrafos 595 al 601.)

Semejanza de poliedros.—TEOREMA: Dos poliedros son semejantes si están compuestos del mismo número de tetraedros semejantes y semejantemente dispuestos.—Recíprocamente: Dos poliedros semejantes pueden descomponerse en igual número de tetraedros semejantes y semejantemente colocados.—COROLARIO: Dos poliedros regulares del mismo nombre son semejantes. (Párrafos 801 al 804.)

Problema.—Por un punto trazar el plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

Papeleta 20.ª

Geometría plana.—*Medida de la línea recta.* Consideraciones. Casos que pueden ocurrir; 1.° $m\ n$ está contenido en $A\ B$ un número exacto de veces; 2.° Que una parte alícuota de $m\ n$ está contenida en $A\ B$ un número exacto de veces; 3.° $A\ B$ y $m\ n$ son inconmensurables.—Demostración, *à priori*, de la existencia de rectas inconmensurables, comparando la diagonal de un cuadrado con su lado.—Método práctico para medir una recta. (Párrafos 152 al 155.)

Homotecia.—Definiciones; figuras ó sistemas de puntos homotéticos; centro y relación de homotecia; homotecia directa é inversa.—Dado un sistema de puntos, determinar su homotético, para un centro y una relación dados.—Demostrar que la figura homotética de una circunferencia es otra circunferencia.—TEOREMA: En dos sistemas homotéticos la recta que une dos puntos cualesquiera en uno de ellos y la que une los puntos homólogos en el otro, son paralelas y están en la relación de homotecia.—COROLARIOS: 1.° La figura homotética de una recta es otra recta paralela á ella; 2.° Si una recta pasa por el centro de homotecia, su homotética también, y ambas coinciden y recíprocamente; 3.° El ángulo de dos rectas es igual al de sus homotéticas; 4.° La figura homotética de un polígono es otro polígono semejante al mismo, siendo iguales la relación de semejanza y la homotecia; 5.° Las tangentes en puntos homólogos de curvas homotéticas, son paralelas. (Párrafos 279 al 284.)

Problema.—Dada una recta y un punto fuera de ella, trazar por éste otra recta que forme con la dada un ángulo conocido. (Párrafo 190.)

Geometría en el espacio.—*Líneas y superficies curvas. Líneas curvas en general.*—Generación.—Líneas curvas planas y de doble curvatura; elemento de la curva.—Plano osculador.—Tangente y normal; planos tangente y normal.—Angulos de flexión y de torsión.—Puntos singulares. *Superficies en general.*—Generación y clasificación de las superficies.—Propiedades generales.—Generatrices; directrices; leyes de generación; ejemplo de generación de una superficie por generatrices diversas. (Párrafos 604 al 618.)

Semejanza de poliedros.—Puntos y rectas homólogas.—TEOREMA: En dos poliedros semejantes, las rectas homólogas son proporcionales á las aristas homólogas.—TEOREMA: Dos poliedros semejantes pueden siempre orientarse de la misma manera. (Párrafos 805 al 808.)

Problema.—Construir un triángulo esférico, dados los tres lados. (Párrafo 707, caso 1.°)

Papeleta 21.ª

Geometría plana.—*Medida de un arco.*—Amplitud de un arco; conceptos en que puede considerarse.—Procedimiento que se sigue en la práctica para obtener su relación con la circunferencia.—Divisiones de la circunferencia; ventajas é inconvenientes de las dos divisiones adoptadas, forma de pasar de una á otra división.—Transportador; sus clases; uso del transportador; arcos semejantes.—Arcos correspondientes.—TEOREMA: Dos ángulos cualesquiera son proporcionales á los arcos comprendidos entre sus lados y descritos desde sus respectivos vértices, como centro con igual radio.—COROLARIO. Los arcos semejantes tienen el mismo valor gradual. (Párrafos 155 al 166.)

Propiedades de las figuras semejantes.—Puntos y rectas homólogos.—TEOREMA: En dos polígonos semejantes, las rectas homólogas son proporcionales á los lados homólogos.—TEOREMA: La relación entre los perímetros de dos polígonos semejantes es igual á la relación de semejanza de los mismos.—TEOREMA: Todas las rectas que parten de un mismo punto cortan proporcionalmente á dos secantes cualesquiera paralelas.—Recíprocamente: Si dos paralelas son cortadas en segmentos proporcionales por varias rectas... TEOREMA: Dos polígonos semejantes, situados en un mismo plano, pueden siempre colocarse de modo que sus lados homólogos sean paralelos.—ESCOLIO: Orientación y nuevo enunciado del anterior teorema. (Párrafos 270 al 279.)

Problemas.—Hallar la cuarta proporcional á tres rectas dadas.—Hallar una tercera proporcional á dos rectas dadas y un segmento $x = \frac{a\,b\,c\,d}{a'\,b'\,c'}$.—Dados dos polígonos semejantes, construir un tercero semejante á ellos y cuya área sea igual á la diferencia de las áreas de los dados.—(Párrafos 307 al 310 y 451.)

Geometría en el espacio.—*Superficies en general.—Plano tangente.*—TEOREMA: Todas las tangentes que se pueden trazar en una superficie, por uno de sus puntos, se hallan en un mismo plano.—ESCOLIOS: 1.° Determinación del plano tangente; 2.° Cómo puede considerarse el plano tangente; 3.° Plano que es á la vez tangente y secante; 4.° Consideraciones sobre el plano tangente en los puntos singulares.—Normal y plano normal.—*Superficies de revolución.*—Paralelos.—Meridianos.—TEOREMA: Todos los meridianos de una superficie de revolución son iguales.—TEOREMA: El plano tangente á una superficie de revolución es perpendicular al meridiano que pasa por el punto de contacto.—Superficies regladas desarrollables. (Párrafos 613 al 631 y 634 al 638.)

Homotecia.—Definiciones.—Diferencias que existen entre la homotecia de las figuras en un plano y las de las que no lo están.—Procedimientos para obtener todas las figuras homotéticas de una dada.—Demostrar que la figura homotética de una esfera es otra esfera, y que la figura homotética de una circunferencia, con relación á un punto cualquiera del espacio, es otra circunferencia.—TEOREMA: En dos sistemas homotéticos, la recta que une dos puntos cualesquiera en uno de ellos, y la que une los puntos homólogos en el otro, son paralelas y están en la relación de homotecia.—Consecuencias: *a.* La figura homotética de una recta es otra recta paralela á ella, y el ángulo de dos rectas es igual al de sus homotéticas.—*b.* la figura homotética de un plano es otro plano paralelo á él; si el plano pasa por el centro de homotecia, coincide con su homotético; el ángulo de dos planos es igual al de sus homólogos.—*c.* La figura homotética de un polígono es otro polígono semejante á él y de lados respectivamente paralelos, siendo también paralelos los planos de ambos; la figura homotética de un poliedro es otro poliedro cuyas aristas son respectivamente paralelas, pero sólo son semejantes los homotéticos directos.—*d.* Las tangentes en puntos homólogos de curvas homotéticas son paralelas; los planos tangentes en puntos homólogos, de superficies homotéticas, son paralelas. (Párrafos 808 al 812.)

Problema.—Construir un triángulo esférico dados dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafo 707, caso 2.°)

Papeleta 22.ª

Geometría plana.—*Medida de ángulos.*—Evaluación en grados.—Consideraciones que inducen á referir la medida de ángulo á la del arco comprendido entre sus lados y que tenga el vértice por centro.—TEOREMA: Todo ángulo tiene la misma medida que el arco comprendido entre sus lados y descrito con un radio arbitrario desde el vértice como centro. Reducir un ángulo expresado en grados, minutos y segundos á su verdadera medida.—Angulos en el círculo.—Definiciones.—TEOREMA: Todo ángulo inscrito en una circunferencia tiene la misma medida que la mitad del arco comprendido por sus lados.—COROLARIOS. 1.° Todos los ángulos inscritos en un mismo arco, son iguales; 2.° Dos ángulos inscritos en cada uno de los arcos que determina una cuerda, son suplementarios; 3.° Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto; 4.° Un ángulo inscrito en un arco, es agudo, recto ú obtuso, según que el arco sea mayor, igual ó menor que la semicircunferencia; 5.° En todo cuadrilátero inscrito en una circunferencia, los ángulos opuestos son suplementarios. (Párrafos 166 al 175.)

Homotecia.—TEOREMA: Dos sistemas son homotéticos si existen en su plano dos puntos tales que, uniendo uno de ellos con los puntos del primer sistema y el otro con los homólogos del segundo, resulten rectas respectivamente paralelas y que estén en la misma relación.—COROLARIOS: 1.° Dos polígonos semejantes de igual ú opuesta orientación, son homotéticos directos ó inversos. 2.° Dos circunferencias cualesquiera, son siempre homotéticas directa ó inversamente; los dos centros de homotecia dividen armónicamente á la línea de los centros.—TEOREMA: Dos sistemas homotéticos á un tercero son homotéticos entre sí.—COROLARIO: Dos sistemas homotéticos de un tercero respecto á centros distintos y á una misma relación de homotecia, son iguales.—ESCOLIO: Demostrar que los tres centros de homotecia están en línea recta.—Definición general de semejanza. (Párrafos 284 y 290.)

Problemas.—Dado un polígono regular inscrito, circunscribir otro semejante y calcular su lado en función del lado del propuesto.—Dados dos círculos, construir un tercero, cuya área sea igual á la suma de las áreas de los dados. (Párrafos 346 y 451.)

Geometría en el espacio.—*Superficie cónica.*—Generalizacion y definiciones.—Definición de superficie cónica.—Superficie cónica, cerrada ó abierta.—Cono.—Base y altura del cono.—Cono circular, recto ú oblicuo.—Cómo puede engendrarse el cono circular recto.—Cono equilátero.—Secciones paralelas y antiparalelas.—Tronco de cono de 1.ª y 2.ª especie. Nuevo medio de generación del cono. (Párrafos 638 al 641.)

Areas.—Poliedros.—Generalidades.—TEOREMA: El área de la superficie lateral de una pirámide regular es igual á la mitad del producto del perímetro de la base por la apotema.—TEOREMA: El área de la superficie lateral de un tronco de pirámide regular es igual al producto de la semisuma de los perímetros de las dos bases por la apotema.—COROLARIO: El área lateral de un tronco de pirámide regular en función de la sección paralela á las bases y equidistante de ellas es igual á la apotema multiplicada por el perímetro de dicha sección.—TEOREMA: El área de la superficie lateral de un prisma es igual al producto de su arista lateral por el perímetro de la sección recta.—COROLARIO: Caso particular de ser recto el prisma.—ESCOLIO: Area total de una pirámide regular, de un tronco de la misma ó de un prisma.—Fórmulas para las áreas de las superficies de los poliedros regulares. (Párrafos 816 al 825.)

Problemas.—Por un punto trazar una recta paralela á un plano y un plano á una recta. (Párrafos 545 y 546.)

Papeleta 23.ª

Geometría plana.—*Medida de ángulos,* TEOREMA: Todo ángulo formado por dos secantes que se cortan en un punto del círculo tiene la misma medida que la semisuma de los arcos comprendidos por sus lados y por sus prolongaciones.—TEOREMA: Todo ángulo formado por dos secantes que se cortan fuera del círculo tiene la misma medida que la semidiferencia entre el mayor y el menor de los arcos interceptados por sus lados.—Arco capaz de un ángulo dado.—Lugar geométrico desde el cual se ve una recta bajo el mismo ángulo: ídem bajo el ángulo suplementario. (Párrafos 175 al 180.)

Problemas.—Construir un polígono igual á otro dado.—Métodos: 1.° Construyendo los lados y ángulos de un polígono iguales á los de otro. 2.° Descomponiendo el polígono dado en triángulos. 3.° Trazando desde los vértices del citado polígono perpendiculares á una recta cualquiera. 4.° Trazando por todos los vértices del polígono dado, paralelas á una dirección arbitraria. 5.° Construyendo un polígono simétrico del dado con respecto á un eje ó centro. 6.° Por el método de las cuadrículas.—Dados los perímetros de los polígonos regulares semejantes, uno inscrito y otro circunscrito á una misma circunferencia, calcular los perímetros de los polígonos de iguales condiciones y de doble número de lados. (Párrafos 206 y 350.)

Geometría en el espacio.—*Propiedades de la superficie cónica.*—TEOREMA: En una superficie cónica las secciones paralelas son curvas semejantes.—TEOREMA: En un cono oblicuo de base circular toda sección antiparalela á dicha base es un círculo. Plano tangente.—Desarrollo de la superficie lateral de un cono. (Párrafos 641 al 647.)

Volúmenes.—TEOREMA: El volumen engendrado por un triángulo que gira alrededor de un eje trazado por uno de sus vértices en el mismo plano y exterior á dicho triángulo, tiene por medida el producto del área de la superficie engendrada por el lado opuesto al vértice situado en el eje, por el tercio de la longitud de la altura correspondiente á este lado. TEOREMA: El volumen engendrado por un sector poligonal regular que gira alrededor de un diámetro exterior al mismo, tiene por medida el producto del área de la superficie engendrada por la línea quebrada que le sirve de base por el tercio de la apotema correspondiente á la misma.—COROLARIO.—El volumen engendrado por un sector circular tiene por medida el área de la superficie engendrada por el arco que le sirve de base, multiplicada por el tercio del radio. (Párrafos 878 al 881.)

Problema.—Por un punto trazar un plano paralelo á otro dado. (Párrafo 547.)

Papeleta 24.ª

Geometría plana.—*Problemas.*—*Consideraciones preliminares.*—Instrumentos: regla, escuadra, escuadra de muleta, falsa escuadra.—Reglas para el dibujo. (Párrafos 180 al 186.)

Líneas proporcionales.—Segmentos.—Origen, sentido, signos adoptados para representar los sentidos.—Consecuencias. LEMA 1.° La distancia de un punto á otro es igual á la diferencia de las distancias del origen al segundo y al primero de dichos puntos.—LEMA 2.° Si se dan dos puntos fijos sobre una recta indefinida, existen siempre sobre ella otros dos, y únicamente dos, para los cuales las relaciones de las distancias de cada uno de ellos á los dados, tienen un mismo valor absoluto determinado. — ESCOLIO: Segmentos aditivos y substractivos.—Proporción armónica.—Definición; dividir una recta en una relación dada. (Párrafos 229 al 240.)

Problema.—Dada una recta y en ella un punto, trazar por éste otra recta que forme con la dada un ángulo conocido. (Párrafo 189.)

Geometría en el espacio.—*Superficie cilíndrica.* — Generación y definiciones; Superficie cilíndrica, generatriz; eje: cilindro; bases; altura; cilindro recto, oblicuo y circular; cómo puede engendrarse este último; tronco de cilindro.—Propiedades.—TEOREMA: Las secciones causadas en una superficie cilíndrica por planos paralelos, son iguales.—COROLARIO: La proyección oblicua ú ortogonal de una curva cuyo plano paralelo al de proyección es igual á dicha curva.—ESCOLIO: Sección recta.— Plano tangente. — Desarrollo de la superficie lateral de un cilindro. (Párrafos 647 al 655.)

Volúmenes.—TEOREMA: Un tronco de prisma triangular equivale á tres tetraedros que tengan por bases las del tronco y por vértices los de la base superior del mismo.—TEOREMA: El volumen de una pirámide es igual al tercio del producto del área de la base por la longitud de la altura.—COROLARIO 1.° El volumen de un tronco de prisma triangular es igual al producto del área de la base inferior por el tercio de la suma de las tres perpendiculares trazadas á la misma por los vértices de la superior; caso en que el tronco de prisma sea recto; determinar dicho volumen en función de la sección recta cuando el prisma sea oblicuo.—COROLARIO 2.° El volumen de un tronco de paralelepípedo es igual al producto de su base por la cuarta parte de la suma de las perpendiculares trazadas á la base inferior desde los vértices de la superior; determinar este volumen en función de la sección recta.—ESCOLIO: Volumen de un tetraedro regular en función de la arista a. (Párrafos 862 al 867.)

Problema.—Trazar un arco de círculo máximo perpendicular á otro dado en su punto medio, ó sea dividir en dos partes iguales un arco de círculo máximo. (Párrafo 704.)

Papeleta 25.ª

Geometría plana.—*Observaciones generales sobre los problemas.*—Procedimientos generales: Sintético y analítico; ejemplos: del 1.° Trazar la bisectriz de un ángulo cuyo vértice no se conoce; del 2.° Dado un punto y una circunferencia, trazar por aquél una tangente á ésta.—Métodos especiales.—Sustituciones sucesivas; por simetría; superposición; reducción al absurdo; intersección de lugares geométricos.—Construcciones auxiliares. (Párrafos 219 al 329.)

Segmentos proporcionales.—Entre paralelas.—TEOREMA: Cuando una serie de paralelas corta á dos rectas, la relación de dos segmentos cualesquiera de una de éstas es igual á la relación de los segmentos correspondientes de la otra.—ESCOLIO: Enunciado más breve de este teorema.—En un triángulo.—TEOREMA: Toda paralela á uno de los lados de un triángulo divide á los otros dos en partes proporcionales.—Recíprocamente: Si sobre dos lados de un triángulo están respectivamente situados dos puntos que los dividan en partes proporcionales, la recta que los une es paralela al tercer lado. (Párrafos 240 al 245.)

Problemas.—Trazar una circunferencia por tres puntos que no estén en línea recta.—Inscribir una circunferencia en un triángulo. (Párrafos 207 y 208.)

Geometría en el espacio.—*Superficie esférica.*—Generación y definiciones: centro; esfera; radio; diámetro; casquete y segmento esféricos; zona; rebanada; bases y altura de la zona; huso; cuña; sector esférico. — Propiedades. — TEOREMA: Por cuatro puntos que no estén en un mismo plano se puede siempre hacer pasar una superficie esférica, y sólo una.—ESCOLIO: Un plano puede considerarse como límite de una superficie esférica cuyo radio se ha hecho infinito. (Párrafos 655 al 659).

Volúmenes.— TEOREMA: Un tronco de pirámide de bases paralelas es equivalente á la suma de tres pirámides que tengan la misma altura que el tronco y cuyas bases sean las dos de éste y una media proporcional entre ellas.—Volumen de un poliedro cualquiera; caso en que el poliedro esté formado por dos caras paralelas y una serie de trapecios ó triángulos laterales. (Párrafos 867 y 869 al 871).

Problema.—Hallar el polo de un círculo menor que pase por tres puntos dados en una superficie esférica. (Párrafo 705.)

Papeleta 26.ª

Geometría plana.—*Problemas.*—Construir un triángulo: 1.° Dados los tres lados.—2.° Dados dos lados y el ángulo comprendido.—3.° Dados dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos.—Discusión.—ESCOLIO: Dos triángulos son iguales cuando tienen respectivamente ...—Construir un triángulo, conocidos un lado y los dos ángulos adyacentes. (Párrafos 193 al 201.)

Segmentos proporcionales.—En un círculo. — Rectas antiparalelas. — TEOREMA: Cuando un ángulo es cortado por dos rectas antiparalelas, el producto de los dos segmentos que resultan sobre un mismo lado es constante.—Recíproco: Si dos rectas cortan á los lados de un ángulo de modo que el producto de los dos segmentos contados sobre cada lado ...—COROLARIO: cuando las antiparalelas se corten en un punto de uno de los lados del ángulo. (Párrafos 248 al 252.)

Problema.—Dados dos círculos, trazar una tangente común á sus circunferencias.—Discusión.—ESCOLIO: Las tangentes se encuentran en un mismo punto de la línea de los centros y ésta es bisectriz del ángulo que forman. Estas tangentes son iguales. (Párrafos 211 al 214.)

Geometría en el espacio.—*Superficie esférica.*—Posiciones relativas de dos esferas.—TEOREMA: La intersección de dos esferas es un círculo cuyo plano es perpendicular á la línea de los centros de las mismas, siendo la intersección de este plano con esta línea el centro de dicho círculo. —ESCOLIOS: 1.° Superficies esféricas tangentes; 2.° Posiciones distintas de dos esferas. Angulos en la superficie esférica.—TEOREMA: El ángulo de dos arcos de círculo máximo tiene la misma medida que el arco de círculo máximo descrito desde el vértice como polo y comprendido entre sus lados, ó bien que el arco de círculo máximo que une los polos de los lados del ángulo.—COROLARIOS: 1.° El lugar geométrico de los polos de los círculos máximos, cuyas circunferencias forman un ángulo dado con otra circunferencia de círculo máximo fija, se compone de dos circunferencias, cuyos polos son los dos de la fija, y el radio esférico de ambas es igual al arco de círculo máximo que mide el ángulo dado. 2.° Para que dos circunferencias de círculo máximo se corten ortogonalmente, es preciso y basta que cada una de ellas pase por el polo de la otra.—Dos circunferencias de círculo máximo forman cuatro ángulos: los adyacentes son suplementarios y los opuestos por el vértice son iguales. (Párrafos 669 al 674.)

Volúmenes.—Cuerpos limitados por superficies curvas.—TEOREMA: El volumen de un cilindro cualquiera es igual...—Idem cuando el cilindro sea circular recto.—ESCOLIO: El volumen de un tronco de cilindro de revolución es igual...—TEOREMA: El volumen de un cono cualquiera es igual...—Idem si es de revolución.—ESCOLIO: Volumen que engendra un rectángulo cuando gira alrededor de uno de sus lados.—Idem un triángulo rectángulo alrededor de un cateto.—TEOREMA: El volumen de un tronco de cono de bases paralelas y de primera especie, equivale...—COROLARIO: Idem en el caso de ser el tronco de revolución.—ESCOLIO: Caso de un tronco de cono en que difieran muy poco R y r. (Párrafos 871 al 878.)

Problema.—Trazar por una recta un plano perpendicular á otro. (Párrafo 554.)

Papeleta 27.ª

Geometría plana.—*Problemas.*—Construir un triángulo rectángulo, conociendo: 1.° Un cateto y un ángulo agudo; 2.° La hipotenusa y un ángulo agudo; 3.° Los dos catetos, y 4.° La hipotenusa y un cateto.—Construir un triángulo isósceles, conociendo: 1.° Un lado y la base; 2.° Un lado y uno de los dos ángulos iguales; 3.° Un lado y el ángulo en el vértice; 4.° La base y uno de los dos ángulos iguales, y 5.° La base y el ángulo opuesto.—Construir un paralelogramo, conocidos dos lados contiguos y el ángulo comprendido. —ESCOLIO: Elementos que se necesitan para construir el rombo, el rectángulo y el cuadrado. (Párrafos 201 al 206.)

Segmentos proporcionales. — En el círculo.—TEOREMA: Si se toma un punto cualquiera en el plano de un círculo y se trazan varias secantes, el producto de los dos segmentos determinados por la circunferencia sobre cada una de ellas, á partir de aquel punto, es constante.—Recíprocamente: Cuando dos rectas limitadas, prolongadas si es necesario, se cortan en un punto tal, que den lugar á la relación indicada, los cuatro extremos están sobre una misma circunferencia.—COROLARIO 1.° La perpendicular trazada desde un punto de la circunferencia á un diámetro, es media proporcional entre los dos segmentos que el pie de la primera determina en el segundo.—Recíprocamente: Si desde un punto se traza á una recta limitada una perpendicular que resulte media proporcional entre los dos segmentos que su pie determina, dicho punto pertenece á la circunferencia que tiene por diámetro la mencionada recta.—COROLARIO 2.° Si de un punto parten una tangente y una secante á una circunferencia, la tangente es media proporcional entre la secante entera y su parte externa.—Recíprocamente: Cuando sobre los dos lados de un ángulo se tengan tres puntos tales, que el segmento contado desde el vértice en el lado que sólo haya un punto, sea medio proporcional entre los dos segmentos del otro lado, la circunferencia determinada por estos tres puntos es tangente al primer lado.—ESCOLIO: Potencia de un punto con relación á un círculo. (Párrafos 252 al 256.)

Problema.—Dado un polígono regular inscrito en una circunferencia, inscribir en ella otro de doble número de lados y calcular su lado en función del de aquél. ESCOLIOS: 1.° Dada la cuerda de un arco, calcular la que subtiende un arco mitad; 2.° El perímetro del polígono buscado es mayor que el del propuesto. (Párrafos 344 y 345.)

Geometría en el espacio.—*Polígonos esféricos.*—Definiciones: Polígonos esféricos convexos; triángulo esférico; su clasificación.—Propiedades.—Relación entre los ángulos poliedros y los polígonos esféricos, que permite deducir que para cada propiedad de los ángulos poliedros corresponde una análoga de los polígonos esféricos.—Consecuencias de este principio: 1.ª Polígono esférico simétrico; 2.ª Relación entre un lado y la suma de los demás, en un polígono esférico; ídem si es triángulo; 3.ª Si dos triángulos esféricos tienen un lado común y el vértice opuesto en uno de ellos está en el interior del otro, la suma de los lados no comunes del envuelto...; 4.ª Si dos triángulos esféricos tienen un lado común y los vértices opuestos son exteriores á dichos triángulos, la suma de los lados...; 5.ª Relación entre los lados y los ángulos opuestos en un triángulo esférico; 6.ª Idem cuando es isósceles ó equilátero; 7.ª Si dos triángulos esféricos tienen dos lados respectivamente iguales y el ángulo comprendido en uno es menor que el comprendido en el otro...; 8.ª Si dos triángulos esféricos tienen sus lados respectivamente iguales, también lo son los ángulos opuestos á los lados iguales; 9.ª En todo polígono esférico convexo, la suma de sus lados es menor que una circunferencia de círculo máximo. (Párrafos 674 al 680.)

Areas.—TEOREMA.—El área de una zona es igual al producto de la circunferencia de un círculo máximo de su esfera por la altura.—TEOREMA.—El área de un casquete es igual á su altura multiplicada por una circunferencia de círculo máximo.—COROLARIO: Expresión de esta área en función de la cuerda del arco generador.—TEOREMA: El área de la superficie esférica es igual á ...; TE REMA: El área de un huso es igual á la cuarta parte de la superficie esférica, multiplicada por el número que expresa ... (Párrafos 836 al 843.)

Problema.—Por una recta trazar un plano paralelo á una recta dada. (Párrafo 548.)

Papeleta 28.

Geometría plana.—*Problema.*—Dado un punto y una circunferencia, trazar por aquél una tangente á ésta.—Casos: 1.° El punto se da sobre la circunferencia; 2.° Punto exterior á la circunferencia; 1.ª y 2.ª solución.—ESCOLIOS: 1.° Hacer ver que la recta que une el punto en que se cortan dos tangentes á una misma circunferencia, con el centro de ésta, es bisectriz del ángulo formado por aquélla; 2.° Trazar una tangente á una circunferencia paralela á una dirección dada. (Párrafos 209 al 211.)

Areas.—Definiciones: Area; figuras equivalentes, iguales y semejantes; medidas de las superficies.—*Determinación de las áreas.*—En las figuras rectilíneas. TEOREMA: Si dos rectángulos de la misma base tienen alturas iguales, son iguales; si un rectángulo tiene la misma base que otros dos y su altura es igual á la suma de las de éstos, el primer rectángulo es igual á la suma de los segundos.—COROLARIOS: 1.° Dos rectángulos que tengan bases iguales son proporcionales á sus alturas; 2.° Dos rectángulos de alturas iguales son proporcionales á sus bases; 3.° Todo rectángulo es proporcional á su base y su altura; 4.° La relación de las áreas de dos rectángulos es igual á la relación de los productos de los números que miden sus respectivas bases y alturas.—ESCOLI: Dimensiones de un rectángulo.—TEOREMA: El área de un rectángulo es igual al producto del número que mide su base por el que mide su altura.—COROLARIO: Area de un cuadrado. TEOREMA: Area de un paralelógramo.—TEOREMA: Area de un triángulo. Hallar esta área en función del lado cuando el triángulo es equilátero. (Párrafos 389 al 399.)

Problema.—Inscribir un cuadrado en una circunferencia y deducir la longitud del lado en función del radio.—COROLARIOS: 1.° Longitud de la apotema; 2.° Lado del cuadrado circunscrito, y 3.° Cómo se pasa del cuadrado á los polígonos de 8, 16, 32... 2^n lados. (Párrafos 351 y 352.)

Geometría en el espacio.—*Polígonos esféricos.*—Triángulo esférico polar de otro.—TEOREMA: Si un triángulo esférico es polar de otro, éste lo es del primero. ESCOLIOS: 1.° Medios de obtener el triángulo polar de otro; 2.° Analogía con los triedros suplementarios.—TEOREMA: En dos triángulos esféricos polares, un lado de uno de ellos tiene por suplemento el ángulo correspondiente en el otro.—COROLARIO: En todo triángulo esférico, la suma de los ángulos es mayor que dos rectos y menor que seis; y el menor ángulo aumentado en dos rectos, es mayor que la suma de los otros dos.—ESCOLIO: Clasificación de los triángulos esféricos. (Párrafos 680 al 688.)

Areas y volúmenes de los cuerpos.—TEOREMA: Dos triángulos esféricos simétricos son equivalentes.—TEOREMA: El área de un triángulo esférico es igual á la suma de los números que expresan las medidas de sus tres ángulos, disminuída en dos unidades.—ESCOLIO: Exceso esférico. TEOREMA: El área de un polígono esférico es igual á la suma de los números que expresan las medidas de sus ángulos, disminuída en tantas veces dos rectos como lados tenga menos dos, siendo el ángulo recto la unidad de ángulos y el triángulo trirrectángulo la de superficie. ESCOLIO: El área de un polígono esférico convexo es también igual al exceso de cuatro rectos sobre el perímetro del polígono polar. (Párrafos 843 al 849.)

Problema.—Por un punto trazar un plano perpendicular á otros dos. (Párrafo 553.)

Papeleta 29.

Geometría plana.—*Posiciones relativas de dos circunferencias.*—Posiciones distintas que pueden tener.—Líneas de los centros.—Definición.—TEOREMA: En dos circunferencias secantes, la línea de los centros es perpendicular á la cuerda común á las dos circunferencias en su punto medio.—COROLARIO: Si las circunferencias son tangentes, la línea de los centros pasa por el punto de contacto, y la perpendicular en este punto es tangente á las dos curvas.—TEOREMA: La línea de los centros comparada con los radios de las circunferencias: 1.° En dos circunferencias exteriores es mayor que la suma de los radios; 2.° En dos circunferencias tangentes exteriormente es igual á la suma; 3.° En dos circunferencias secantes es menor que la suma y mayor que la diferencia; 4.° En dos tangentes interiormente es igual á la diferencia; 5.° En dos interiores es menor que la diferencia; y 6.° En dos concéntricas es nula.—Recíprocas. (Párrafos 126 al 133.)

Areas.—TEOREMA: El área de un trapecio es igual al producto de la altura por la semisuma de las bases.—TEOREMA: El área de un polígono regular convexo es igual á la mitad del producto de la longitud del perímetro por la apotema.—Area del sector poligonal regular.—ESCOLIO: Area del triángulo equilátero y demás polígonos regulares, en función del lado.—Area de un polígono cualquiera. (Párrafos 401, 402, 404 y 405.)

Problema.—Inscribir en una circunferencia un exágono y calcular la longitud de su lado.—COROLARIOS: 1.° Calcular la longitud del lado del triángulo equilátero inscrito. 2.° Longitud de la apotema. 3.° Longitud del lado del triángulo equilátero circunscrito.—4.° División de un cuadrante en tres partes iguales; y 5.° Manera de dividir la circunferencia en 12, 24, 48... 3 . 2^n partes iguales. (Párrafos 353 y 354.)

Geometría en el espacio.—*Igualdad de triángulos esféricos.*—TEOREMA: Sobre una misma esfera ó sobre esferas iguales, lo son dos triángulos esféricos cuando tienen iguales y dispuestos del mismo modo: 1.° Un lado y dos ángulos adyacentes; 2.° Dos lados y el ángulo comprendido; 3.° Los tres lados; 4.° Los tres ángulos.—ESCOLIO: Diferencia entre la igualdad de triángulos rectilíneos y la de esféricos.—Arcos de círculo máximo trazados sobre la esfera.—TEOREMA: Comparación del arco perpendicular y varios oblicuos trazados desde un punto á otro arco de círculo máximo, siendo el arco perpendicular menor que un cuadrante.—COROLARIOS: 1.° Si un arco de círculo máximo es perpendicular á otro en su punto medio, el primero es el lugar geométrico de los puntos de la superficie esférica que equidistan de los extremos de dicho arco; 2.° En un triángulo esférico isósceles, el arco de círculo máximo que une el vértice con el punto medio de la base, corta ortogonalmente á ésta y divide el ángulo opuesto en dos partes iguales; 3.° En todo triángulo esférico rectángulo, cada cateto y su ángulo opuesto son de la misma especie.—ESCOLIO: Consecuencias que se deducen del teorema, cuando el arco de círculo máximo perpendicular es mayor que un cuadrante. (Párrafos 688, 689 y 695 al 698.)

Volúmenes.—Conceptos que puede tener la palabra volumen.—Poliedros.—TEOREMA: Si dos paralelepípedos rectángulos de la misma base tienen alturas iguales, son iguales.—Si tres paralelepípedos rectángulos de la misma base, tienen sus alturas de modo que la de uno de ellos sea igual á la suma de las de los otros dos, el paralelepípedo correspondiente á la primera, es igual á la suma de los que correspondan á las otras alturas.—COR LARIO 1.° El volumen de un paralelepípedo rectángulo de base constante es proporcional á su altura; COROLARIO 2.° Dos paralelepípedos rectángulos que tengan iguales dos aristas, son proporcionales á las terceras; COROLARI 3.° Dos paralelepípedos rectángulos son proporcionales á los productos de sus respectivas bases y alturas.—ESCOLIO: Dimensiones de un paralelepípedo rectángulo.—TEOREMA: El volumen de un paralelepípedo rectángulo es igual al producto de la medida de su base por la de su altura.—COROLARIO 1.° El volumen de un paralelepípedo rectángulo es igual al producto de sus tres aristas ó dimensiones.—COROLARIO 2.° Volumen de un cubo. (Párrafos 849 al 855.)

Problema.—Dados sobre una esfera un punto y una circunferencia de círculo máximo, trazar otra por dicho punto, que forme con la dada un ángulo determinado. (Párrafo 706.)

Papeleta 30.ª

Geometría plana.—*Propiedades relativas de la recta y la circunferencia.*—Cuerdas.—TEOREMA: En una misma circunferencia ó en circunferencias iguales; los arcos iguales son subtendidos por cuerdas iguales, y de los desiguales, al mayor corresponde cuerda mayor. — Recíprocamente.—TEOREMA: En un mismo círculo ó en círculos iguales, las cuerdas iguales equidistan del centro, y de las desiguales la mayor dista menos. — Recíprocamente. — TEOREMA: El diámetro perpendicular á una cuerda, divide á ésta y á los dos arcos sustendidos por ella, en dos partes iguales.—COROLARIOS: 1.° Por un punto interior á una circunferencia, la mayor cuerda que puede trazarse es un diámetro, y la menor, la que sea perpendicular á ese diámetro; 2.° El lugar geométrico de los puntos medios de un sistema de cuerdas paralelas, es el diámetro perpendicular á su común dirección.—ESCOLIOS: 1.° El diámetro determinado por el punto medio de un arco, es perpendicular á su cuerda, la divide en dos partes iguales y también al resto de la circunferencia; 2.° Definición de sagita ó flecha. (Párrafos 111 al 116.)

Problemas.—Inscribir en una circunferencia un decágono y un pentágono regulares convexos y calcular sus lados en función del radio.—Inscribir en una circunferencia un pentedecágono regular convexo y calcular su lado en función del radio. (Párrafos 355 al 358 y el 359.)

Geometría en el espacio.—*Superficie esférica.* — Propiedades. — TEOREMA: Por cuatro puntos que no estén en un mismo plano, se puede siempre hacer pasar una superficie esférica y sólo una.—ESCOLIO: Un plano puede considerarse como límite de una superficie esférica, cuyo radio se ha hecho infinito.—TEOREMA: Las secciones planas en una esfera, son círculos. ESCOLIO: Fórmula $r=\sqrt{R^2-d^2}$; ¿cuándo produce la sección círculo máximo ó menor?—Consecuencias de esta expresión: 1.° Dos círculos menores equidistantes del centro, son iguales y recíprocamente; 2.° De dos círculos menores cualesquiera, el mayor dista menos del centro y recíprocamente; 3.° Para determinar un círculo menor, se necesitan tres puntos.—De la definición de círculo máximo, se deduce: 1.° Todos los círculos máximos de una misma esfera ...; 2.° Dos círculos máximos, se cortan mutuamente ...; 3.° Un círculo máximo divide á la esfera y á su superficie en dos ...; 4.° Una recta, sólo puede cortar á la superficie esférica ...; 5.° Cualquier semicírculo máximo sirve para engendrar ...: 6.° Dos puntos bastan para determinar un círculo máximo. (Párrafos 657 al 663.)

Volúmenes.—TEOREMA: Dos paralelepípedos que tengan una cara común, y las opuestas á ésta en un mismo plano y comprendidas entre dos mismas paralelas, son equivalentes.—TEOREMA: Dos paralelepípedos que tengan la misma base y la misma altura., son equivalentes. TEOREMA: Todo paralelepípedo puede transformarse en otro rectángulo, del mismo volúmen, de base equivalente y de la misma altura.—TEOREMA: El volumen de un paralepípedo cualquiera es igual al producto de la medida de su base por la de su altura. (Párrafos 855 al 859).

Problema.—Dados un punto y un arco de círculo máximo en una esfera, trazar por el primero un arco de círculo máximo perpendicular al segundo. (Párrafo 703.)

Papeleta 31.

Geometría plana.—*Medida de líneas y ángulos.*—Preliminares.—De la medida en general; comparación de la magnitud con la unidad; origen de los números enteros, fraccionarios é inconmensurables según enseña la Aritmética, y qué se entiende por medida de estos últimos; razón de los frecuentes casos de inconmensurabilidad en Geometría.—Consideraciones que conducen á demostrar que se obtiene la relación ó razón de dos magnitudes de la misma especie dividiendo el número que expresa la medida de la primera por el que expresa la medida de la segunda.—Medida directa: comparación directa con la unidad.—Medida indirecta; casos en que la naturaleza de la magnitud no permite la comparación directa. Ejemplos.—Magnitudes proporcionales: cuándo son proporcionales dos magnitudes cualesquiera.—Cuarta, media y tercera proporcional: Magnitudes directa ó inversamente proporcionales. (Párrafos 133 al 144.)

Segmentos proporcionales.—En un triángulo.—TEOREMA: En todo triángulo la bisectriz de un ángulo divide al lado opuesto en dos segmentos aditivos, y la bisectriz del ángulo externo en dos segmentos substractivos, que son proporcionales á los otros dos lados.—Recíprocamente. La recta que partiendo de un vértice de un triángulo divide al lado opuesto en partes proporcionales á los otros lados, es bisectriz del ángulo del triángulo ó del externo, según que los segmentos sean aditivos ó substractivos.—COROLARIO: 1.° Dos rectas que se cortan y las bisectrices de los dos ángulos que forman. determinan, sobre una secante cualquiera, cuatro puntos tales, que los producidos por las rectas ó por las bisectrices, son conjugados armónicos respecto á los otros dos.—Ejemplo. En todo triángulo inscrito en una circunferencia, el diámetro perpendicular á un lado queda dividido armónicamente por los otros dos. Recíproca del ejemplo: Si un diámetro queda dividido armónicamente por dos lados de un triángulo inscrito en la circunferencia, este diámetro es perpendicular al tercer lado.—COROLARIO 2.° El lugar geométrico de los puntos cuyas distancias á dos lados están en una relación constante $\frac{m}{n}$ es la circunferencia que tiene por diámetro el intervalo comprendido entre los dos puntos de la recta que une á aquéllos que dividan á este segmento armónicamente en la citada relación $\frac{m}{n}$ (Párrafos 245 al 247.)

Problema.—Dado un punto en el plano de dos rectas que no pueden prolongarse, trazar por él otra recta que concurra al vértice del ángulo formado por aquéllas. (Párrafo 323.)

Geometría en el espacio.—*Superficie esférica.*—Polos.—De la definición de éstos se deduce: 1.° Que todos los círculos paralelos tienen los mismos polos.—2.° Todo círculo máximo que pase por los polos de otro círculo cualquiera, tiene su plano perpendicular al de éste.—3.° La recta que pasa por los dos polos de un círculo, además de estas dos condiciones satisface á las de ser perpendicular al plano de dicho círculo, pasar por su centro y por el de la esfera. TEOREMA: Todos los puntos de una circunferencia trazada sobre la esfera equidistan de uno cualquiera de sus polos.—ESCOLIOS: 1.° Distancia polar, radio-esférico.—2.° Compás esférico. (Párrafos 663 al 666.)

Areas y volúmenes.—Estudio comparativo de las áreas y volúmenes correspondientes á los cuerpos engendrados por la revolución de un círculo y el cuadrado y triángulo equilátero circunscrito girando alrededor de un eje común, diámetro de dicho círculo.

Hallar las fórmulas en función del radio del círculo inscrito y deducir la igualdad de relaciones entre los volúmenes y áreas totales.

Generalizar la propiedad á poliedros cualesquiera circunscritos á la esfera. (Párrafos 898 y 899.)

Problema.—Por un punto trazar la perpendicular á un plano. (Párrafo 550.)

Papeleta 32.ª

Geometría plana.—*Magnitudes proporcionales.*—Origen de la proporcionalidad y procedimiento expedito para conocerla.—TEOREMA: Si dos magnitudes varían simultáneamente, de tal modo que, á dos valores iguales de la primera corresponden otros dos valores iguales de la segunda, y á un valor de la primera, que sea la suma de otros dos de la misma, corresponda otro valor de la segunda, que sea la suma de los correspondientes á aquéllos, dichas magnitudes serán directamente proporcionales.—Recíprocamente: Regla general para la proporcionalidad directa.—Si falta alguna de las dos condiciones expresadas, las magnitudes no son proporcionales.—Ejemplo: Magnitud proporcional á otras varias.—Definición.—Demostrar que cuando una magnitud es proporcional á otras varias, la relación de dos valores cualesquiera de la primera es igual al producto de las relaciones de los valores correspondientes de todas las demás. (Párrafos 144 al 152.)

Segmentos proporcionales.—Entre paralelas.—TEOREMA: Cuando una serie de paralelas corta á dos rectas, la relación de dos segmentos cualesquiera de una de éstas es igual á la relación de los segmentos correspondientes de la otra.—ESCOLIO: Enunciado más breve de este teorema. — En un triángulo. — TEOREMA: Toda paralela á uno de los lados de un triángulo divide á los otros dos en partes proporcionales.—Recíprocamente: Si sobre dos lados de un triángulo están, respectivamente, situados dos puntos que los dividan en partes proporcionales, la recta que los une es paralela al tercer lado. (Párrafos 240 al 245.)

Geometría en el espacio.—*Superficie esférica.*—Plano tangente.—TEOREMA: La tangente en un punto á una curva cualquiera trazada en la superficie esférica, es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.—COROLARIOS: 1.° El plano tangente en un punto á una superficie esférica es perpendicular al radio que pasa por dicho punto.—Recíprocamente.—2.° El plano tangente á una superficie esférica sólo tiene un punto común con ella. Recíprocamente.—ESCOLIOS: 1.° Por un punto dado en la superficie esférica se puede siempre trazar un plano tangente y uno solo.—2.° A lo largo de la circunferencia común á la esfera y al cono, son asimismo comunes los planos tangentes, y la superficie cónica es tangente á la esférica en toda la extensión de la curva. 3.° A una esfera pueden trazarse infinitos planos tangentes, paralelos á una dirección dada. (Párrafos 666 al 669).

Volúmenes. — TEOREMA: Todo prisma triangular equivale á la mitad de un paralelepípedo de doble base y de la misma altura.—TEOREMA: Todo prisma tiene por expresión de su volumen el producto...—TEOREMA: Dos pirámides triangulares de bases equivalentes y alturas iguales, son equivalentes. (Párrafos 859 al 862.)

Problema.—Dados dos puntos en la superficie de una esfera, hacer pasar por ellos una circunferencia de círculo máximo. (Párrafo 702.)

Papeleta 33.ª

Geometría plana.—*Paralelas.*—Definición.—Propiedades.—TEOREMA: Por un punto fuera de una recta puede siempre trazársele una paralela.—Principio fundamental.—COROLARIO 1.° Si una recta encuentra á otra, encuentra á sus paralelas.—COROLARIO 2.° Si una recta corta perpendicularmente á otra, es también perpendicular á sus paralelas.—COROLARIO 3.° Si una recta es paralela á otra, lo es también á las paralelas de ésta.—Paralelas cortadas por secantes; definiciones de los diversos ángulos que se forman.—TEOREMA: Si una secante corta á dos paralelas, los cuatro ángulos agudos que resultan en los dos puntos de intersección son iguales, así como los cuatro ángulos obtusos.—Recíproca: Si dos rectas son cortadas por una secante y forman cuatro ángulos agudos ú obtusos iguales entre sí, las rectas son paralelas siempre que los internos ó externos del mismo lado de la secante sean de distinta especie; caso en que los ángulos son rectos.—COROLARIOS: 1.° Si las rectas son paralelas, los ángulos alternos internos son iguales.—2.° Los alternos externos son iguales.—3.° Los correspondientes son iguales.—4.° Los internos de un mismo lado son suplementarios.—5.° Los externos del mismo lado son suplementarios. 6.° Recíprocamente: Dos rectas cortadas por una secante son paralelas cuando son iguales los ángulos alternos internos, ó los alternos externos, ó los correspondientes, ó bien si son suplementarios los ángulos del mismo lado de la secante, internos ó externos.—ESCOLIO: Si dos rectas cortadas por una secante, forman ángulos internos de un mismo lado que no sean suplementarios, dichas rectas se cortan por el lado en que la suma de los ángulos es menor que dos rectos.—Consecuencias: 1.ª Si se trazan una perpendicular y una oblicua á una recta, ambas se cortan por el lado del ángulo agudo.—2.ª Si se trazan dos perpendiculares á dos rectas que se corten, dichas perpendiculares se han de cortar también.—TEOREMA: Los segmentos de paralelas comprendidos entre dos paralelas, son iguales.—COROLARIO: Dos rectas paralelas equidistan en toda su extensión. (Párrafos 34 al 46.)

Igualdad de polígonos.—Consideraciones que inducen á determinar la igualdad de dos polígonos, con el número de condiciones posible.—Dos polígonos de igual número de lados son iguales en cualquiera de los casos siguientes: 1.° Si tienen, de dos en dos, iguales todos los lados menos uno y todos los ángulos formados por lados iguales.—2.° Si todos los ángulos menos uno, y todos los lados menos los que forman el ángulo exceptuado, son iguales en los dos polígonos.—3.° Si tienen iguales todos los lados y todos los ángulos menos tres consecutivos.—4.° Si tienen un lado igual é iguales, de dos en dos, las distancias de todos los vértices á los extremos de dichos lados.—5.° Si se componen del mismo número de triángulos iguales de dos en dos é igualmente dispuestos en cada polígono.—ESCOLIO: Número de condiciones para determinar la igualdad de dos polígonos. (Párrafos 97 al 100.)

Problema.—Construir un triángulo isósceles, conociendo un lado y el ángulo en el vértice. (Párrafo 202.)

Geometría en el espacio.—*Homotecia.* TEOREMA: Dos sistemas son homotéticos si existen en su plano dos puntos tales que, uniendo uno de ellos con los puntos del primer sistema y el otro con los homólogos del segundo, resulten rectas paralelas, respectivamente, y que estén en la misma relación.—Consecuencias: *a.* Dos poliedros semejantes de caras paralelas, son homotéticos.—*b.* Dos esferas son siempre homotéticas directas é inversas y los centros de homotecia dividen armónicamente á la línea de los centros. TEOREMA: Dos sistemas homotéticos á un tercero, son homotéticos entre sí.—Consecuencias: *a.* Dos sistemas homotéticos de un tercero, con respecto á centros distintos y á una misma relación de homotecia, son iguales.—*b.* Los tres centros de homotecia están en línea recta.—Definición general de semejanza.—Consideraciones.—Consecuencias: 1.ª Figura homotética de una superficie cónica.—2.ª Idem de una superficie cilíndrica.—3.ª Conos de revolución ó cilindros de revolución semejantes.—4.ª Dos esferas son siempre semejantes, centros y relación de semejanza.—5.ª Semejanza de casquetes esféricos, zonas, husos, triángulos y polígonos esféricos. (Párrafos 812 al 816.)

Volúmenes.—TEOREMA: El volumen de un sector esférico es igual ...—TEOREMA: El volumen de una esfera es igual ... TEOREMA: El volumen de una cuña esférica es igual ...—TEOREMA: El volumen engendrado por un segmento circular que gira alrededor de un diámetro exterior al mismo, equivale á la sexta parte del de un cilindro que tenga por radio la cuerda del segmento y por altura la proyección de esta cuerda sobre el eje. (Párrafos 881 al 885.)

Problemas.—Por un punto trazar un plano perpendicular á una recta. (Párrafo 551.)

Papeleta 34.ª

Geometría plana.—*Angulos de lados paralelos ó perpendiculares.*—TEOREMA: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente paralelos, son iguales, si tienen los lados paralelos dirigidos en el mismo ó en opuesto sentido, y suplementarios, si dos de sus lados están en el mismo sentido y los otros dos en opuesto.—COROLARIO: Dos ángulos cuyos lados son respectivamente perpendiculares, son iguales ó suplementarios según sean de la misma ó de diferente especie.—Observaciones sobre el paralelismo de dos rectas: 1.ª Cuando la secante gira disminuyendo el ángulo que forma con la paralela; 2.ª Magnitud de las secantes sucesivas; consecuencia; dos rectas paralelas pueden considerarse como dos rectas que se cortan en el infinito, formando un ángulo igual á O.—Observaciones sobre las proposiciones recíprocas. (Párrafos 46 al 50.)

Comparación de áreas.—TEOREMA: El cuadrado construído sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es equivalente á la suma de los cuadrados construídos sobre los catetos.—COROLARIO 1.° Los cuadrados construídos sobre los tres lados de un triángulo rectángulo, son proporcionales á las proyecciones de estos lados sobre la hipotenusa; 2.° Los cuadrados construídos sobre las cuerdas que parten de los extremos de un mismo diámetro, son proporcionales á las proyecciones de estas cuerdas sobre dicho diámetro. (Párrafos 417 al 419.)

Problema.—Transformar un triángulo dado en otro equivalente é isósceles, conservando uno de sus ángulos. (Párrafo 446.)

Geometría en el espacio.—*Areas.*—Superficies curvas.—Consideraciones que conducen á referir el área de una superficie curva á la de una poliedral.—TEOREMA: El área de la superficie lateral de un cono de revolución, es igual á la mitad del producto de la circunferencia de la base por la generatriz.—TEOREMA: El área de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución, de bases paralelas y de primera especie, es igual al producto de la semisuma de las circunferencias de las bases por la generatriz.—COROLARIO: Area del tronco, en función de sección paralela á las bases y equidistante de ellas. (Párrafos 825 al 830.)

Volúmenes.—TEOREMA: El volumen de una rebanada esférica equivale al de una esfera, cuyo diámetro sea la altura de la rebanada, aumentado en el volumen de un cilindro que tenga la misma altura y por base la semisuma de las bases de aquélla.—COROLARIO: Volumen de un segmento esférico considerándolo como una rebanada.—Fórmula de Simpson. (Párrafos 885, 886 y 889.)

Problema.—Hallar el radio de una esfera sólida. (Párrafos 700 y 701.)

Papeleta 35.ª

Geometría plana.—*Polígonos.*—Definiciones: Polígono; lados; perímetro; vértices; ángulos; diagonales; polígonos convexos y cóncavos; equiláteros; equiángulos; regulares; irregulares; clasificación de los polígonos por el número de lados.—*Triángulos.*—Clasificación: por sus lados; por sus ángulos; base; altura; catetos; hipotenusa; designación de lados y ángulos.—Propiedades.—TEOREMA: En todo triángulo un lado cualquiera es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia; condición para formar un triángulo con tres rectas dadas.—COROLARIO: Si dos triángulos tienen un lado común y un lado del primero corta á un lado del segundo, la suma de los lados que no se cortan es menor que la de los que se cortan.—TEOREMA: Si en un triángulo disminuye ó aumenta un ángulo, permaneciendo constantes los lados que lo forman, el lado opuesto disminuye ó aumenta también. COROLARIO 1.°: Si dos triángulos tienen dos lados del uno iguales á dos del otro, el tercer lado del primero será mayor ó menor que el tercer lado del segundo, según que el ángulo opuesto á aquél sea mayor ó menor que el opuesto á éste.—COROLARIO 2.° Si dichos ángulos fuesen iguales, los terceros deberían serlo.—Recíprocos del teorema y corolarios anteriores.—TEOREMA: En todo triángulo se verifica, que si un lado es mayor, igual ó menor que otro, el ángulo opuesto al primero estará en las mismas circunstancias respecto al opuesto al segundo.—COROLARIO: Si el triángulo es isósceles, á lados iguales se oponen ángulos iguales, y si es equilátero, es también equiángulo. Recíprocos del teorema y corolario.—ESCOLIO: Propiedades de que goza la altura de un triángulo isósceles.—TEOREMA: La suma de los tres ángulos de un triángulo, es igual á dos rectos.—COROLARIOS: 1.° Un ángulo cualquiera de un triángulo es el suplemento de la suma de los otros dos; 2.° Si un triángulo tiene dos ángulos respectivamente iguales á dos ángulos de otro triángulo, los terceros ángulos son también iguales; 3.° Cualquier ángulo externo de un triángulo, es igual á la suma de los dos que no le son adyacentes; 4.° Un triángulo sólo puede tener un ángulo recto ú obtuso; 5.° En un triángulo rectángulo los dos ángulos agudos son complementarios; 6.° Dos triángulos cuyos lados sean respectivamente paralelos ó perpendiculares, tienen sus ángulos respectivamente iguales. (Párrafos 50 al 66.)

Comparación de áreas.—*Areas de figuras isoperímetras.*—*Máximos y mínimos.*—

TEOREMA: Entre todos los triángulos que tengan la misma base y el mismo perímetro, el isósceles es el que tiene mayor superficie.—Corolario relativo al equilátero.—TEOREMA: Entre todos los triángulos de la misma base y superficie equivalente, el isósceles es el de perímetro mínimo.—Corolario relativo al equilátero.—TEOREMA: Si se dan dos lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que el ángulo comprendido por dichos lados sea recto.—TEOREMA: Si se da la suma de los lados para formar un triángulo, será de área máxima aquel en que dicha suma se divida en dos partes iguales y estos lados estén en ángulo recto. (Párrafos 427 al 433.)

Problema.—Transformar un triángulo dado, en otro equivalente y equilátero. (Párrafo 447.)

Geometría en el espacio.—*Áreas.*—TEOREMA: El área de superficie lateral de un cilindro cualquiera es igual al perímetro de la sección recta por la generatriz.—ESCOLIO: Cuando el cilindro sea de revolución, hallarla en función de la circunferencia de la base; ídem del radio de la base.—TEOREMA: El área de la superficie lateral de un tronco de cilindro de revolución, es igual á la circunferencia de su base multiplicada por el eje.—Áreas totales del cono y tronco de cono de revolución y del cilindro de revolución. (Párrafos 830 al 833.)

Comparación de áreas.—TEOREMA: En dos poliedros semejantes, las áreas de sus superficies son proporcionales á los cuadrados de las líneas homólogas.—TEOREMA: Las áreas de las superficies laterales de dos conos de revolución semejantes, de dos troncos de los mismos y de dos cilindros de revolución también semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus generatrices ó de los radios de sus bases.—TEOREMA: Las áreas de dos casquetes semejantes, de dos zonas semejantes, de dos superficies esféricas, de dos husos semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus radios. (Párrafos 890 al 893.)

Problema.—Hallar la menor distancia entre dos rectas que se cruzan. (Párrafo 555.)

Papeleta 36.ª

Geometría plana.—*Propiedades de los triángulos.*—TEOREMA: En todo triángulo se verifica que las perpendiculares trazadas á los lados en sus puntos medios, se cortan en un mismo punto que equidista, por consiguiente, de los tres vértices. COROLARIO: En un triángulo rectángulo, el punto medio equidistante de los tres vértices es el punto medio de la hipotenusa.—TEOREMA: En todo triángulo se verifica, que las tres alturas se cortan en un mismo punto.—COROLARIO: Si el triángulo es rectángulo, las alturas se cortan en el vértice del ángulo recto.—TEOREMA: En todo triángulo las bisectrices de sus tres ángulos se cortan en un mismo punto, que equidista, por consiguiente, de los tres lados.—COROLARIO: En un triángulo equilátero, el punto equidistante de los vértices, el de intersección de las alturas y el de las bisectrices coinciden en uno solo.—ESCOLIO: Considerar prolongados, más allá de los vértices, los tres lados del triángulo y determinar los puntos que equidistan de ellos. (Párrafos 66 al 73.)

Comparación de áreas.—Areas de figuras semejantes.—TEOREMA: Las áreas de dos triángulos semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus lados homólogos, ó la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza.—TEOREMA: Las áreas de dos polígonos semejantes, son proporcionales á los cuadradros de sus lados homólogos, ó bien la relación de dichas áreas es igual al cuadrado de la relación de semejanza.—COROLARIOS: 1.° Las áreas de dos polígonos regulares de igual número de lados, son proporcionales á los cuadrados de sus radios y apotemas; 2.° El área del polígono construido sobre la hipotenusa, es igual á la suma de las áreas de los polígonos semejantes construídos sobre los catetos.—TEOREMA: Las áreas de dos círculos son proporcionales á los cuadrados de sus radios, ó á los cuadrados de sus diámetros.—COROLARIOS: 1.° Si tomando como diámetro la hipotenusa y los catetos de un triángulo rectángulo, se construyen tres círculos, se tendrá que el círculo construído sobre la hipotenusa.....; 2.° Lúnulas.—TEOREMA: Las áreas de dos sectores semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus radios.—TEOREMA: Las áreas de dos segmentos semejantes, son proporcionales á los cuadrados de sus radios. (Párrafos 420 al 427.)

Problema.—Transformar un triángulo en otro equivalente que tenga su base en la dirección de la del dado y por vértice un punto conocido. (Párrafo 445.)

Geometría en el espacio. — *Áreas.*—TEOREMA: El área de la superficie engendrada por una recta limitada que gira alrededor de otra, situadas ambas en un mismo plano, y la primera en una sola región respecto á la segunda, es igual al producto de la proyección de la recta generatriz sobre el eje, por la circunferencia cuyo radio es la parte de perpendicular trazada á dicha generatriz en su punto medio, comprendida entre ésta y el eje.—TEOREMA: El área de la superficie engendrada por una línea quebrada regular, que gira alrededor de un eje situado en su plano y que pasa por su centro sin cortarla, es igual al producto de la circunferencia inscrita en la misma, por la proyección de la generatriz sobre el eje.—COROLARIO: El área de la superficie engendrada por un arco de circunferencia que gira alrededor de un diámetro que no la corta, es igual á la circunferencia á que pertenece dicho arco, multiplicada por la proyección de éste sobre el eje. (Párrafos 835 al 836.)

Comparación de volúmenes.—TEOREMA: Los volúmenes de dos prismas ó de dos pirámides, son entre sí, como los productos de sus bases por sus alturas.—TEOREMA: Los volúmenes de dos pirámides semejantes, son proporcionales á los cubos de sus aristas homólogas.—TEOREMA: Los volúmenes de dos poliedros semejantes son proporcionales á los cubos de sus aristas homólogas.—TEOREMA: Los volúmenes de dos conos de revolución semejantes, de dos troncos de los mismos y de dos cilindros de revolución también semejantes, son proporcionales á los cubos de sus líneas homólogas. (Párrafos 893 al 898.)

Problema.—Por un punto trazar el plano perpendicular á una recta. (Párrafo 551.)

TRIGONOMETRÍA.—Texto: Gómez Pallete.

Décima edición (1905).

Papeleta 1.ª

Elementos que fijan la posición de un punto. — Conveniencia y necesidad de aplicar á la Geometría los procedimientos algebraicos. — Determinación de la posición de un punto en una línea con relación á otro fijo.—Justificación de los signos que deben utilizarse.—Problema determinar la distancia entre dos puntos, considerada su posición con relación á un tercero tomado como origen.—Principio de Descartes. (Párrafos 1 al 6.)

Fórmulas trigonométricas.—Relaciones más usuales entre las líneas trigonométricas de un mismo ángulo.—Dado el seno de un ángulo hallar el coseno y la tangente.—Dado el coseno hallar el seno y la tangente.—Dada la tangente hallar el seno y el coseno. (Párrafos 44 al 48.)

Problema: Resolver un triángulo, conocido un lado y los ángulos adyacentes. (Párrafo 95, primer caso.)

Ejemplo práctico:

$A = 89^{\circ} - 43' - 25'',7$, $B = 117^{\circ} - 10' - 13''$, 61 y $c = 251^{m}, 59$

Papeleta 2.ª

Elementos que fijan la posición de un punto.—Comprobación de la regla de signos de Descartes, discutiendo el problema de dividir una recta en media y extrema razón. (Párrafo 6.)

Fórmulas trigonométricas.—Relaciones entre las líneas trigonométricas de dos ángulos iguales y de signos contrarios. (Párrafo 48.)

Problema: Resolver un triángulo rectángulo, del que se conocen la hipotenusa y un ángulo agudo. (Párrafo 94.)

Ejemplo práctico:

$a = 426^{m},384$ y $B = 30^{\circ} - 49' - 25'',11$

Papeleta 3.ª

Elementos que fijan la posición de un punto.—Posición de un punto situado en un plano.—Signos de las abscisas y ordenadas.—Fijar la posición de un punto cuyas coordenadas sean conocidas. (Párrafos 7 al 12.)

Fórmulas trigonométricas.—Angulos complementarios.—Relación entre sus líneas trigonométricas. (Párrafos 49 y 50.)

Problema: Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos (2.° caso).—Discusión, tomando en cuenta los valores angulares.—Obtener directamente el valor del lado desconocido.—Transformar los valores obtenidos para adaptarlos al cálculo logarítmico. (Párrafos 96 y 97.)

Ejemplo práctico:

$a = 234^{m},47$, $b = 471^{m},23$ y $A = 107^{\circ} - 32' - 4'',18$.

Papeleta 4.ª

Elementos que fijan la posición de un punto. — Posición de un punto en el espacio; ejes; planos coordenados; abscisas y ordenadas en el plano ó en el espacio.—Determinación de los signos.—Líneas quebradas que pueden seguirse, para llegar á un punto desde el origen.—Fijar la posición de un punto cuando se conozcan las coordenadas. (Párrafos 12 al 17.)

Fórmulas trigonométricas.—Problema: Dados los senos y cosenos de dos ángulos, determinar el seno y coseno de su suma ó diferencia. (Párrafo 51.)

Problema.—Resolver un triángulo, conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 98 y 99.)

Ejemplo práctico:

$a = 3.841^{m},27$, $b = 1793^{m},45$ y $C = 36^{\circ} - 18' - 45'',6$

Papeleta 5.ª

Elementos que fijan la posición de una recta.—Posición de una recta en un plano.—Angulos positivos y negativos.—Discusión del ángulo formado por dos rectas. (Párrafos 17 al 21.)

Fórmulas trigonométricas.—Problema.—Dado el seno y coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno del ángulo doble y triple y las tangentes de $a \pm b$ y de 2 a. (Párrafos 52 al 56.)

Problema.—Resolver un triángulo rectángulo conociendo la hipotenusa y un cateto. (Párrafo 94, caso 2.°)

Ejemplo práctico:

$a = 426^m,384$ y $b = 218^m,478$.

Papeleta 6.ª

Líneas trigonométricas.—Su necesidad.—Definición de las líneas trigonométricas. (Párrafos 21 al 25.)

Fórmulas trigonométricas.—Relaciones entre las líneas trigonométricas de dos ángulos suplementarios.—Idem ídem de los ángulos que se diferencian en π.—Alteración de los valores de las líneas trigonométricas de un ángulo, cuando se le agregan un número par ó impar de semicircunferencias.—Determinar las líneas trigonométricas de un ángulo en función de las de otro menor de 90°.—Aplicación al ángulo de 1.726°. (Párrafos 56 al 59.)

Problema.—Resolver un triángulo cuando se conoce un cateto y un ángulo agudo. (Párrafo 94, caso 3.°)

Ejemplo práctico:

$b = 218^m,478$ y $B = 30^o - 49' - 25'',11$.

Papeleta 7.ª

Líneas trigonométricas.—Estudio de los valores y signos de las líneas trigonométricas, cuando el ángulo varía desde cero á cuatro rectos; y agregando un número cualquiera de circunferencias.—Límite de los valores de las líneas trigonométricas.—Obtención de los valores absolutos de las líneas trigonométricas de un ángulo mayor de 90°, en relación con las de otro menor que un recto. (Párrafos 25 al 29.)

Fórmulas trigonométricas. — Transformar en producto la suma y diferencia de los senos y cosenos de dos ángulos.—Demostrar que la suma de los senos de dos ángulos, es á su diferencia, como la tangente de la semisuma de estos ángulos es á la de la semidiferencia. (Párrafos 59 y 60.)

Problema.—Resolver un triángulo rectángulo, conociendo sus dos catetos. (Párrafo 94, caso 4.°)

Ejemplo práctico:

$b = 218^m,478$ y $c = 366^m,157$.

Papeleta 8.ª

Líneas trigonométricas.—Dado el seno de un ángulo, determinar éste.—Dado el coseno, determinar el ángulo correspondiente. (Párrafos 29 y 30.)

Fórmulas trigonométricas.—Fórmula de Moivre. (Párrafo 61.)

Problema.—Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos.—Discusión.—Obtener directamente el valor del lado desconocido.—Transformar los valores obtenidos para adaptarlos al cálculo logarítmico. (Párrafos 96 y 97,)

Ejemplo práctico:

$a = 251^m,59$, $b = 350^m,23$ y $A = 39^o - 43' - 25'',7$.

Papeleta 9.ª

Proyecciones de las líneas rectas.—Proyección de un punto sobre una recta. Idem de una recta sobre un eje.—Idem sobre tres ejes coordenados.—Suma algebraica de las proyecciones de una línea quebrada sobre un eje. (Párrafos 31 al 35.)

Fórmulas trigonométricas.—Problema 1.° Dado el coseno de un ángulo, determinar el seno y coseno de su mitad. (Párrafo 63.)

Problema.—Resolver un triángulo conociendo los tres lados.—Discusión. (Párrafos 100 al 104.)

Ejemplo práctico:

$a = 3842^m,9$, $b = 4917^m,6$ y $c = 2109^m,46$.

Papeleta 10.ª

Proyecciones de líneas rectas.—Proyección de una recta situada en el plano de dos ejes coordenados.—Valor de la proyección de una recta sobre otra en función de la magnitud de la primera y del ángulo formado con la segunda.—Medida del ángulo que forman dos rectas que se cruzan en el espacio y generalización de la fórmula anterior. (Párrafos 35 y 36.)

Fórmulas trigonométricas.—Problema 2.° Dado el seno del ángulo, determinar el seno y coseno de su mitad.—Particularidad.—Caso en que el ángulo sea conocido y aplicación al valor de $a = 1650°$. (Párrafo 64.)

Problema.—Hallar el área de un triángulo, conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafo 104, caso 1.°)

Ejemplo práctico:

$a = 3841^m27$, $b = 1793^m,45$ y $C = 36^o - 22' - 18''$.

Papeleta 11.ª

Proyecciones de las líneas rectas.—Hallar la distancia entre dos puntos dados, por sus coordenadas rectangulares. Idem si los dos puntos están colocados en uno de los planos de dos ejes.—Idem en el caso de que uno de los puntos coincida con el origen. (Párrafo 37.)

Tablas trigonométricas.—Descripción de las tablas trigonométricas de Schrön. Uso de estas tablas cuando los ángulos ó las líneas están expresados en ellas. (Párrafos 73 al 78.)

Problema.—Hallar el área de un triángulo cuando se conocen dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos. (Párrafo 104, caso 3.°)

Ejemplo práctico:

$a = 475^m,91$, $b = 381^m,42$ y $A = 65^o - 47' - 51'',14$.

Papeleta 12.ª

Proyecciones de las líneas rectas.—Valor de la suma de los cuadrados de los cosenos de los ángulos que una recta forma con tres ejes rectangulares.—Valor de la proyección ortogonal sobre un eje de la recta que una los extremos de una quebrada. (Párrafos 38 y 39.)

Tablas trigonométricas. — Problema directo del manejo de las tablas para ángulos mayores de 3° y menores que 87°. (Párrafos 78 y 79.)

Problema.—Hallar el área de un triángulo cuando se conozcan dos ángulos y un lado. (Párrafo 104, caso 2.°)

Ejemplo práctico:

$A = 65^o - 47' - 51'',14$, $B = 46^o - 58' - 15'',61$ y $a = 475^m,91$.

Papeleta 13.ª

Proyecciones de líneas rectas.—Problema 1.° Dadas las coordenadas de un punto con relación á tres ejes cualesquiera, determinar la abscisa ortogonal del mismo punto con respecto á una recta que, pasando por el origen, forme con los ejes ángulos conocidos. (Párrafo 40.)

Tablas trigonométricas. — Problema inverso del manejo de las tablas para ángulos mayores de 3° y menores que 87°. (Párrafos 80 al 83.)

Problema.—Hallar el área de un triángulo cuando se conocen los tres lados. (Párrafo 104, caso 4.°)

Ejemplo práctico:

$a = 367^m,45$, $b = 293^m,96$ y $c = 220^m,47$.

Papeleta 14.ª

Proyecciones de las líneas rectas.—Problema 2.° Determinar el ángulo de dos rectas, conocidos los que forman con tres ejes coordenados rectangulares.—Caso en que las rectas estén situadas en el plano de los ejes ó paralelo á él.—Caso en que las rectas sean perpendiculares entre sí. (Párrafos 41 al 44.)

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Demostrar á qué es igual el cuadrado de un lado.—Idem que los senos de dos ángulos son proporcionales á los lados opuestos. (Párrafos 83 al 87.)

Problema.—Resolver un triángulo conociendo un lado y dos ángulos. (Párrafo 95.)

Ejemplo práctico:

$A = 39^o - 43' - 25'',7$, $B = 117^o - 10' - 13'',61$ y $a = 251^m,59$

Papeleta 15.ª

Líneas trigonométricas.—Valores de las líneas trigonométricas, cuando el ángulo α crece de cero grados á cuatro rectos, y cuando se le aumenta un número cualquiera de circunferencias. (Párrafos 25 al 27.)

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Demostrar que la suma de dos lados es á su diferencia, como la tangente de la semisuma de los ángulos opuestos es á la de la semidiferencia.—Demostración analítica de que el conocimiento de los tres ángulos no determina el triángulo. (Párrafos 87 y 88.)

Problema.—Resolver un triángulo rectángulo del que se conocen la hipotenusa y un ángulo agudo. (Párrafo 94, caso primero.)

Ejemplo práctico:

$a = 426^m,384$ y $B = 30^o - 49' - 25'',11$

Papeleta 16.ª

Elementos que fijan la posición de un punto.—Aplicar la regla de signos de Descartes al problema de dividir una recta en media y extrema razón, discutiendo las distintas hipótesis que pueden hacerse. (Párrafo 6.°)

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Demostrar que en un triángulo rectángulo, un cateto es igual á la hipotenusa multiplicada por el coseno del ángulo adyacente ó por el seno del opuesto.—Idem que un cateto es igual al otro multiplicado por la tangente del ángulo opuesto al primero. (Párrafo 89.)

Problema.—Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo comprendido. (Párrafos 98 y 99.)

Ejemplo práctico:

$a = 3841^m,27$, $b = 1793^m,45$ y $C = 36^o - 18' - 45'',6$.

Papeleta 17.ª

Relaciones entre los elementos de un triángulo rectilíneo.—Transformar en producto la suma ó diferencia de dos cantidades positivas.—Transformar en monomio un binomio de la forma $A \cos \alpha \pm B$ sen α. (Párrafos 90 al 94.)

Problema.—Resolver los cuatro casos del triángulo rectángulo. (Párrafo 94.)

Ejemplo práctico de uno de ellos:

$a = 426^m,384$ y $b = 218^m,478$.

Madrid, 12 de Febrero de 1909.

PRIMO DE RIVERA.

Excmo. Sr.: En vista de la propuesta de recompensa que V. E. cursó á este Ministerio con escrito de 30 de Noviembre último, formulada por la Junta facultativa de la Academia de Caballería, á favor del Capitán de la misma Arma, D. José Giraldo Gallego, por los extraordinarios servicios que ha prestado en el ejercicio del Profesorado en dicha Academia, el Rey (q. D. g.), de acuerdo con el informe emitido por la Inspección General de los Establecimientos de Instrucción é Industria militar, que á continuación se inserta, y por resolución de 10 del corriente mes, ha tenido á bien declarar pensionada con el 10 por 100 del sueldo de su actual empleo hasta el ascenso al inmediato, la Cruz de primera clase del Mérito Militar con distintivo blanco y pasador del Profesorado, que el citado Capitán obtuvo por Real orden de 15 de Enero de 1907 (*D. O.*, número 12), como comprendido en la de 27 de Octubre de 1902 (*C. L.*, número 255), en el artículo 4.° del Real de 4 de Octubre de 1905 (*C. L.*, número 200) y en el caso 1.° del artículo 19 del Reglamento de recompensas en tiempo de paz.

De Real orden lo digo á V. E. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid, 13 de Febrero de 1909.

PRIMO DE RIVERA

Señor Capitán general de la séptima región.

Señores Inspector general de los Establecimientos de Instrucción é Industria Militar y Ordenador de Pagos de Guerra.

Informe que se cita

Hay un membrete que dice: «Inspección General de los Establecimientos de Instrucción é Industria Militar».—Excelentísimo Sr.—De Real orden, fecha 14 de Diciembre último, se remitió á informe de esta Inspección General con copia de las hojas de servicios y de hechos del interesado, la del acta de la Junta facultativa de la Academia de Caballería, proponiendo para recompensa al Capitán de dicha Arma D. José Giraldo Gallego, por servicios extraordinarios de Profesorado.

En el acta se dice que el capitán Giraldo fué destinado como profesor á la Academia, por Real orden de 16 de Octubre de 1902 (*Diario Oficial*, número 231), llevando, por tanto, en el desempeño del cargo seis años y un mes, en cuyo período de tiempo ha explicado las segundas clases de segundo año, que comprenden las asignaturas de Ferrocarriles, Telegrafía, Fortificación, Puentes, Minas y Material de Artillería; en 22 de Octubre de 1905 y mandando el escuadrón de alumnos, vino á Madrid, concurriendo á las maniobras y revista militar organizadas en honor del Presidente de la República francesa, y, terminadas, marchó á Guadalajara con los alumnos de tercer año, con objeto de asistir á las prácticas de tendido de puentes ejecutadas en aquella plaza, por cuyos extraordinarios servicios fué recompensado con la Cruz de primera clase del Mérito Militar, con distintivo blanco, y con la de Caballero de la Legión de Honor; asistió á las prácticas generales de Mayo en los años de 1906 y 1907, tanto á las llevadas á cabo en el campamento; como á las ejecutadas al recorrer los itinerarios que determinaron las Reales órdenes de 28 de Abril (*D. O.* número 92) y 18 del mismo mes (*D. O.*, número 87) de los citados años, habiendo obtenido plácemes de sus jefes por los brillantes resultados conseguidos en ellas; en 30 de Mayo de 1906 marchó á Aravaca con el escuadrón de alumnos, á fin de concurrir á la revista militar celebrada en el campamento de Carabanchel con motivo de las bodas reales mereciendo en la revista de inspección del año 1907 que el General inspector, no solamente se mostrara conforme con sus inmejorables notas de conceptuación, sino que, en su ampliación exclusiva lo declarara apto para el ascenso; ha formado parte del Tribunal de segundo ejercicio para los exámenes de ingreso en todas las convocatorias habidas durante su permanencia en la Academia; ha desempeñado los cargos de Comandante de los escuadrones de alumnos y tropa y el de Cajero; y, finalmente, por Real orden de 28 de Agosto último (*D. O.*, número 192) le ha sido declarada de texto provisional, para la Academia de que se habla, la obra titulada *Lecciones de Material de Artillería*, que es una de las materias que comprende la clase que explica.

Este Capitán se halla en posesión de las condecoraciones siguientes: tres Cruces del Mérito Militar con distintivo rojo; dos ídem de la misma clase y Orden pensionadas; dos Cruces del Mérito Militar con distintivo blanco, una con pasador del Profesorado y la Medalla de Alfonso XIII, siendo, como queda consignado, Caballero de la Legión de Honor.

El citado escrito termina con las siguientes frases: «La simple enumeración de los múltiples y variados trabajos ejecutados en el plazo de seis años por el Capitán Giraldo, los cargos en ese lapso de tiempo desempeñados y la alta distinción conseguida al ser declarada de texto una obra de que es autor, ponen claramente de manifiesto, y de manera más evidente que lo pudiera hacer esta Junta al tributarle un merecido elogio, las extraordinarias condiciones de mando, laboriosidad é infatigable celo que le adornan, y que, por sí solas, le recomiendan á la Superioridad para la concesión de recompensa, por lo que la Junta, considerándose relevada de aducir nuevos argumentos que pongan más de relieve las cualidades citadas, se limita á hacer constar su unánime opinión al informar, acordando asimismo que se saque copia de la presente acta y se remita á la Superioridad á los efectos que estime procedentes».

Como ampliación á las noticias que conviene conocer, ha de añadirse que el Capitán de que se habla tiene desempeñadas diversas comisiones reglamentarias. Durante más de tres años permaneció en la isla de Cuba, tomando parte muy activa y continua en las operaciones de campaña, en las que se distinguió notablemente, como lo demuestran las preciadas condecoraciones ya referidas y el haber obtenido el empleo de Capitán por mérito de guerra.

Ninguna duda puede caber á la vista de cuanto se deja relatado, respecto de que los servicios del referido Oficial, así en paz como en guerra, son demostradores de celo, inteligencia y levantado espíritu. Los prestados en concepto de Profesor de la Academia de Caballería no han menester que se entre en consideraciones encaminadas á poner de manifiesto su bondad y carácter de extraordinarios, conocidos los términos del acta de la Junta facultativa. El interesado reúne, pues, las circunstancias exigidas, no sólo en la Real orden de 27 de Octubre de 1902 (*Colección Legislativa*, núm. 255), sino en el artículo 4.° del Real decreto de 4 de Octubre de 1905 (*C. L.*, núm. 200), y en su virtud, juzgándole comprendido en el apartado 1.° del artículo 19 del vigente Reglamento de Recompensas, la Junta de esta Inspección General acordó, por unanimidad, informar que procede declarar pensionada con el 10 por 100 del sueldo del actual empleo, hasta el ascenso al inmediato, la Cruz de primera clase del Mérito militar, con distintivo blanco y pasador especial de Profesorado, de que se halla en posesión, según Real orden de 15 de Enero de 1907. (*D. O.*, núm. 12).

V. E., no obstante, resolverá lo más acertado.

Madrid, 30 de Enero de 1909.—El Coronel de E. M., Secretario, José Villar.—Rubricado.=V.° B.°, Macías.=Rubricado.=Hay un sello que dice: «Inspección General de los Establecimientos de Instrucción é Industria Militar.»

Excmo. Sr.: En vista de la Memoria presentada por el Coronel de Caballería D. Pascual Enrile y García, como resultado de un viaje de instrucción realizado en 1905 para estudiar el funcionamiento de las Escuelas de Tiro de Caballería en Italia, Francia y Suiza,

El Rey (q. D. g.), de acuerdo con el informe emitido por la Inspección General de los Establecimientos de Instrucción é Industria militar, que á continuación se inserta, y por resolución de 10 del corriente mes, ha tenido á bien conceder al citado Jefe la Cruz de tercera clase del Mérito Militar con distintivo blanco, pensionada con el 10 por 100 del sueldo de su actual empleo hasta su ascenso á General ó retiro, como comprendido en el artículo 23, en relación con el 19, y teniendo en cuenta lo prevenido en el 22 del Reglamento de recompensas en tiempo de paz.

De Real orden lo digo á V. E. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid, 13 de Febrero de 1909.

PRIMO DE RIVERA.

Señor Director general de Cría caballar y Remonta.

Señores Inspector General de los Establecimientos de Instrucción é Industria Militar y Ordenador de Pagos de Guerra.

Informe que se cita.

Hay un membrete de la «Inspección General de los Establecimientos de Instrucción é, Industria Militar».—Excelentísimo Señor: De Real orden fecha 4 de Diciembre último, se dispone que esta Inspección General informe acerca de la Memoria referente á la instrucción de tiro en la Caballería de Italia, Francia y Suiza, redactada por el Teniente Coronel de Caballería (hoy Coronel) D. Pascual Enrile García, como resultado de un viaje de instrucción al extranjero, acompañándose los emitidos por la cuarta Sección de la Escuela Central de Tiro del Ejército y por el Estado Mayor Central, y copias de las hojas de servicios y de hechos del interesado.

De estos últimos documentos resulta: que cuenta treinta y seis años de servicios y que está muy bien conceptuado.—Entre las comisiones que ha desempeñado, figuran la de jefe de estudios de la Sección de Caballería de la Escuela Central de Tiro y la de vocal de la Junta de reforma de instrucción militar, mereciendo por ésta última las gracias de real orden.—En el año 1884 fué agraciado con el sobregrado de Comandante, como autor de la Obra *Ensayos de instrucción de guerrillas*, y posteriormente se le concedió la Cruz de segunda clase del Mérito Militar con distintivo blanco, por una Memoria titulada *Lanza articulada* hallándose también en posesión de otra de primera clase, de la Cruz y placa de San Hermenegildo, Medallas de Bilbao, Alfonso XII, Guerra civil, Alfonso XIII, Regencia y conmemorativa del 50.° aniversario del reinado de la Reina Vitoria de Inglaterra y la Cruz de Oficial de la Legión de Honor.

La Escuela Central de Tiro, en su citado informe, hace detallada historia sobre la creación y desenvolvimiento de aquel centro de enseñanza, señalando las deficiencias con que hubo de luchar en un principio, debido á la carencia de elementos por un lado, y de otro, por los prejuicios y falta de experiencia profesional que se observaban y que venían á dificultar notablemente la gestión emprendida, á fin de buscar el efecto útil en la delicada misión que le fué confiada.—Era preciso, pues, una mano firme y segura que trazara una orientación práctica en la dirección de sus estudios y enseñanzas, y de esto se encargó el entonces Teniente Coronel Enrile, que, con el fruto obtenido de su visita á los centros similares del extranjero, especialmente de los franceses, y su buen juicio ó excelentes aptitudes para desenvolverlos, acomodarlos y difundirlos después, hizo una labor tan meritoria y útil que hace afirmar á la Junta facultativa en el informe de que nos ocupamos: «Que la Sección de Caballería de la Escuela Central de Tiro es lo que es y hace lo que hace por efecto de las enseñanzas adquiridas por el Teniente Coronel Enrile, su Jefe de estudios, en el viaje al extranjero de que se trata y aportadas á su funcionamiento y desarrollo.»

El Estado Mayor Central hace suya la opinión que antecede, y agrega por su parte que este Jefe interpretó fielmente las instrucciones recibidas para el desempeño de aquella comisión.

En el extracto presentado de la Memoria que en su día fué entregada á dicho Centro, ocúpase muy discretamente de las visitas que realizó á la Escuela de Pinerolo en Italia, y á las francesas de Châlons y de la Valbonne, haciendo un detenido estudio sobre la organización y funcionamiento de cada una, sus caracteres especiales, desarrollo de los cursos que en ellas se siguen y enumeración de los programas, y, con menos detalle, lo que se refiere á la descripción de sus campos de tiro, material de blancos y aparatos balísticos, sin duda por no incurrir en inútiles repeticiones al figurar extensamente en la Memoria que con igual motivo formuló el Capitán de Infantería Sr. Ruiz Fornells, ya que, según advierte el autor, deben considerarse ambas como complementarias recíprocamente.

En cambio se extiende muy oportunamente en la parte que afecta á los métodos de instrucción de tiro seguidos por la Caballería, tanto en los regimientos, como en los citados centros de enseñanza, trabajo que por su importancia misma, por constituir el objeto principal de su comisión, y, sobre todo, por la indiscutible competencia con que lo trata, se hace altamente recomendable.

Como resultado de su viaje á Suiza, describe minuciosamente la organización general de aquel ejército; examina las Sociedades de Tiro bajo su aspecto de institución nacional, y se ocupa detalladamente de estas enseñanzas en lo que se relacionan con la Caballería, dando interesantes noticias sobre los métodos de instrucción y programas á que se sujeta la de la tropa y que rige en la Escuela de Suboficiales, y haciendo por su parte atinadas consideraciones sobre la extraordinaria importancia que se da en aquella nación al combate á pie y sistema que se sigue para su aplicación.

Describe las carabinas reglamentarias en los ejércitos italiano y suizo, proporcionando algunos datos balísticos, y termina la segunda y tercera parte del libro con dos trabajos dedicados: el primero á dar cuenta de las observaciones hechas en las Escuelas de Châlons y de la Valbonne acerca del empleo de las ametralladoras, y el segundo sobre el servicio é instrucción de las ametralladoras á caballo en el ejército suizo, materia que si siempre despierta interés, lo ofrecía aún mucho mayor en la época en que se realizaron estas investigaciones.

Dedúcese de todo lo anteriormente expuesto, que el resultado obtenido de la visita girada por el entonces Teniente Coronel Enrile á las Escuelas de Tiro de Italia, Francia y Suiza, no pudo ser más beneficioso y conveniente para los intereses del Ejército, evidenciándolo además, en primer término, la aprobación que mereció del Estado Mayor Central, al reconocer el acierto con que fué desempeñada esta comisión, por sí tan delicada y meritoria, y después, como inmediata consecuencia, el innegable beneficio que reportó al servir como guía para encauzar por derroteros seguros las enseñanzas y experiencias de la cuarta Sección de la Escuela Central de Tiro, donde se sentían las vacilaciones propias de todo organismo de reciente creación, consiguiendo que, merced á sus investigaciones y á los datos recogidos inteligentemente durante su excursión, así como por su dirección acertada, para su implantación más tarde en aquella Escuela, se dejara sentir su beneficiosa influencia en la orientación práctica que se le imprimió, dándole vida propia y justificando de este modo la utilidad manifiesta de la labor realizada por este jefe.

Por tanto, tomando en consideración la importancia de la comisión tan acertadamente desempeñada, el mérito de la Memoria presentada como finalidad de su viaje, la indiscutible utilidad que ha reportado la aplicación de estos estudios á la cuarta Sección de nuestra Escuela Central de Tiro, y los recomendables antecedentes del interesado, la Junta de esta Inspección acordó, por unanimidad, informar que procede conceder al Coronel de Caballería D. Pascual Enrile García, la Cruz de tercera clase del Mérito Militar con distintivo blanco, pensionada con el 10 por 100 del sueldo correspondiente á su empleo actual hasta su ascenso á General ó retiro, con arreglo al artículo 23, en relación con el 19 del Reglamento de Recompensas, y teniendo en cuenta cuanto previene el 22 del mismo.

V. E., no obstante, acordará, como siempre, lo más acertado.

Madrid, 20 de Enero de 1909.—El Coronel de Estado Mayor, Secretario, José Villar.=V.° B.°, Macías.—Hay un sello de la «Inspección General de los Establecimientos de Instrucción é Industria Militar.»

MINISTERIO DE HACIENDA

REAL ORDEN

Ilmo Sr: Vista la instancia suscrita por D. Luis Tur y Palau, Diputado á Cortes, domiciliado en Madrid, en súplica de que se haga extensivo al puerto de Escaló, de la isla Formentera, lo dispuesto en la Real orden de 4 de Mayo de 1908, para el tráfico de mercancías entre el puerto de la misma isla, llamado «La Sabina», y el de Ibiza:

Resultando que por virtud de la Real orden citada, se reglamentó el tráfico de mercancías entre la isla Formentera y el puerto de Ibiza, reputándolo análogo al que tiene lugar entre poblaciones situadas dentro de una misma bahía, pero limitándolo por entonces al puerto de «La Sabina»:

Resultando que el solicitante manifiesta que, puesta en práctica la mencionada disposición, la experiencia ha demostrado que es insuficiente la concesión hecha, pues los habitantes de la parte de la isla denominada «La Mola», si han de disfrutar de los beneficios de ella, tienen que recorrer por tierra la gran distancia de más de 15 kilómetros que los separa de «La Sabina», tanto para recibir como expedir sus productos y mercancías, dificultad que quedaría obviada, accediendo á lo que se pretende, para lo cual bastaría con que se autorizase á la Autoridad local, para que expidiese los documentos ó talones, como se hace en otros puntos habilitados para igual clase de tráfico:

Vistos los informes emitidos por las Autoridades de la provincia de Baleares, favorables todos á la concesión que se solicita, si bien la Comandancia de Carabineros y la Aduana principal, manifiestan que debe establecerse un punto de Carabineros en el puerto, cuya habilitación se pretende, dotado con la misma fuerza que tiene el de «La Sabina»:

Considerando que son atendibles las razones alegadas por el solicitante, y que con la habilitación que se pide, se favorece los intereses de toda la parte de la isla, denominada «La Mola», sin que por ello sufran perjuicio los intereses generales del país, ni los del Tesoro, ya que por el Administrador de la Aduana de Ibiza, se puede ejercer la debida vigilancia en el tráfico de que se trata, dada la corta distancia que media entre uno y otro punto:

Considerando que en el tráfico de bahía están autorizados los Alcaldes para expedir los documentos ó talones con que circulan las mercancías cuando no existe Aduana;

S. M. el Rey (q. D. g.), de conformidad con lo propuesto por esa Dirección General, se ha servido disponer que se habilite el puerto de «Escalo» en la isla Formentera, para las mismas operaciones y con idénticas condiciones que lo está el puerto de «La Sabina», con la única diferencia de que los talones de la serie C, número 1, serán expedidos por la Autoridad local, quedando obligados, tanto ésta como el Administrador de la Aduana de Ibiza, al cumplimiento, respecto á este puerto de todo lo que en la Real orden de 4 de Mayo último, se dispuso respecto al de «La Sabina».

De Real orden lo digo á V. S. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 15 de Febrero de 1909.

BESADA.

Señor Director general de Aduanas.

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA Y BELLAS ARTES

REALES ÓRDENES

Ilmo. Sr.: En virtud de lo preceptuado en el artículo 4.° del Real decreto de 24 de Abril de 1908, en relación con la Real orden de 18 de Abril de 1905 y el Reglamento de oposiciones de 11 de Agosto de 1901,

S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien disponer que la Cátedra de Terapéutica, vacante en la Universidad de Zaragoza, cuya provisión corresponde al turno de oposición libre, se agregue á la de igual denominación y turno, vacante en la Universidad de Granada, cuyos ejercicios de oposición aún no han comenzado.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 14 de Febrero de 1909.

R. SAN PEDRO.

Señor Subsecretario de este Ministerio.

Ilmo. Sr.: Consignada en el capítulo 6.°, artículo 2.°, concepto 69 del vigente Presupuesto de gastos de este Ministerio, la cantidad de 9.000 pesetas para sostenimiento, durante el año actual, de la Estación Enológica de Toro,

S. M. el Rey (q. D. g.) se ha servido disponer que la expresada suma se libre por trimestres, y á justificar, á favor del Director de dicho Establecimiento don Marcelino de Arana.

De Real orden lo comunico á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 15 de Febrero de 1909.

SÁNCHEZ GUERRA.

Señor Director general de Agricultura, Industria y Comercio.

Ilmo. Sr.: Consignada en el capítulo 6.°, artículo 2.°, concepto 74 del vigente Presupuesto de gastos de este Ministerio, la cantidad de 19.000 pesetas para sostenimiento, durante el año actual, de la Estación Sericícola de Murcia,

S. M. el Rey (q. D. g.) se ha servido disponer que la expresada suma se libre por trimestres, y á justificar, á favor del Director de dicho Establecimiento, D. Emiliano López Peñafiel.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 15 de Febrero de 1909.

SÁNCHEZ GUERRA.

Señor Director general de Agricultura, Industria y Comercio.

Ilmo. Sr.: Consignada en el capítulo 6.°, artículo 2.°, concepto 70 del vigente Presupuesto de gastos de este Ministerio, la cantidad de 11.000 pesetas para sostenimiento, durante el año actual, de la Estación Enológica de Villafranca del Panadés,

S. M. el Rey (q. D. g.), se ha servido disponer que la expresada suma se libre por trimestres, y á justificar, á favor del Director de dicho Establecimiento D. Cristóbal Mestre.

De Real orden lo digo á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 15 de Febrero de 1909.

SÁNCHEZ GUERRA.

Señor Director general de Agricultura, Industria y Comercio.

Ilmo. Sr.: Consignada en el capítulo 6.°, artículo 2.°, conceptos 75 al 77 inclusives, del vigente Presupuesto de gastos de este Ministerio, la cantidad de 25.000 pesetas para sostenimiento durante el año actual, de la Estación de Industrias derivadas de la leche en la provincia de Santander,

S. M. el Rey (q. D. g.), se ha servido disponer que la expresada suma se libre por trimestres, y á justificar, á favor del Director de dicho establecimiento D. José de Quevedo.

De Real orden lo comunico á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 15 de Febrero de 1909.

SÁNCHEZ GUERRA.

Señor Director general de Agricultura, Industria y Comercio.

Ilmo. Sr.: Consignada en el capítulo 6.°, artículo 2.°, concepto 66 del vigente Presupuesto de gastos de este Ministerio, la cantidad de 10.000 pesetas para sostenimiento, durante el año actual, de la Estación Enológica de Reus,

S. M. el Rey (q. D. g.) se ha servido disponer que la expresada suma se libre por trimestres, y á justificar, á favor del Director de dicho Establecimiento don Claudio Oliveras.

De Real orden lo comunico á V. I. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. I. muchos años. Madrid, 15 de Febrero de 1909.

SÁNCHEZ GUERRA.

Señor Director general de Agricultura, Industria y Comercio.

Ilmo. Sr.: Visto el presupuesto redactado por la Jefatura de Obras Públicas de Pontevedra para atender á la conservación del balizamiento de las rías de Vigo y Bayona:

Visto asimismo el favorable informe de la Jefatura del Servicio central de Señales marítimas, encontrando justificado el pequeño aumento que presenta con relación al aprobado para el año anterior, y teniendo, por último, en cuenta la índole especial del servicio de que se trata;

S. M. el Rey (q. D. g.), conformándose con lo propuesto por esa Dirección General, se ha servido disponer que se apruebe el presupuesto de referencia por su importe de cinco mil novecientas treinta y una pesetas con setenta y un céntimos (5.931,71), y se autorice á la Jefatura de Pontevedra para llevar á cabo el servicio por el sistema de administración con cargo á la partida 3.ª del artículo 3.°, capítulo 13, sección 8.ª del Presupuesto general vigente.

Lo que de Real orden comunico á V. S. para su conocimiento y demás efectos. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 12 de Febrero de 1909.

SANCHEZ GUERRA.

Ilmo. Señor Director general de Obras Públicas.

Resueltas las reclamaciones formuladas contra los escalafones provisionales de funcionarios administrativos de este Ministerio, insertos en las Gacetas del 11 al 18 y 21 de Agosto del año último, según lo prevenido en Real orden de 27 de Julio anterior, S. M. el Rey (q. D. g.) ha tenido á bien disponer que se aprueben los escalafones definitivos de dicho personal y se publiquen en la Gaceta de Madrid, comunicándose directamente á los interesados las respectivas resoluciones recaídas en sus recursos, para su conocimiento y fines determinados en el capítulo V del Reglamento de procedimiento administrativo de este Ministerio de 23 de Abril de 1890.

De Real orden lo digo á V. S. para los efectos consiguientes. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 19 de Enero de 1909.

SÁNCHEZ GUERRA.

Sr. Jefe del Negociado Central de este Ministerio.

ADMINISTRACIÓN CENTRAL

MINISTERIO DE GRACIA Y JUSTICIA

Tribunal Supremo

SALA DE LO CONTENCIOSO-ADMINISTRATIVO

SECRETARÍA

Relación de los pleitos incoados ante esta Sala.

2.244.—D. Ramón Romero y Mustich, que usa el nombre mercantil «Hijo de M. Mustich» y D. Antonio Pí, de Cambrils y Barcelona, respectivamente, contra la Real orden expedida por el Ministerio de Hacienda, de 12 de Octubre de 1908, recaída en expediente número 85 de 1908 de la Aduana de Barcelona, sobre confirmación de reparo á una partida de pescado fresco (declaración 2.076 de 1908).

2.245.—D. Gerardo Olmos Muñoz, de Valencia, contra la Real orden expedida por el Ministerio de Fomento en 5 de Noviembre de 1908, sobre amojonamiento de las parcelas de terreno «Cañada de Almenara», «Cuevas de Bugarra» y «El Alambín», enclavadas en el monte «La Sierra», de Quesa (Valencia).

2.246.—La Sociedad «Viuda é Hijos de Eduardo Alvarez, de Córdoba, contra las Reales ordenes expedidas por el Ministerio de Hacienda en 28 de Noviembre y 9 de Diciembre de 1908, por las que se dispone el nombramiento del Arquitecto D. Manuel Luxan y del Ingeniero industrial D. Benjamín Monfort, respectivamente, como peritos terceros para una nueva tasación del edificio fábrica de cerillas de su propiedad y de la maquinaria y enseres.

2.247.—D. Cristino Tausent, de Madrid, representante de D. Arthur Krupp, propietario de la «Bendorfer Metalluaren fabrik», insolidun con D. Federico O. Ripman, contra la Real orden expedida por el Ministerio de Fomento en 7 de Noviembre de 1908, sobre concesión de marca de fábrica á los Sres. E. Garví y Compañía que solicitaron en el expediente número 14.797.

2.248.—D.ª Desamparados Iglesias Fernández, de Pontevedra, viuda de D. Bernardo Susiac, contra acuerdo del Consejo Supremo de Guerra y Marina, de 19 de Noviembre de 1908, sobre derecho á pensión del Montepío Militar.

2.249.—D. Luis Arismendi y Simancas, de Madrid, Director de la Estación enotécnica de España en Cette, contra la Real orden expedida por el Ministerio de Fomento en 18 de Enero de 1909, sobre su inclusión en el Escalafón de los funcionarios de dicho Ministerio.

2.250.—D. Félix Barasoain y Colón, de Madrid, contra la Real orden expedida por el Ministerio de la Gobernación en 21 de Noviembre de 1908, por la que se desestima su solicitud de mayor antigüedad en su empleo y mejora de puesto entre los oficiales de su clase en Telégrafos.

2.251.—D. Alfonso y D.ª Patricia Elvira Beado y Tocapeta, de Madrid, contra acuerdo del Tribunal gubernativo de Hacienda, de 22 de Octubre de 1908, sobre entrega de créditos que correspondieron á su padre D. Federico Beade, procedentes de una Capellanía fundada en Guadalajara por D. José y D.ª Baltasara Prieto.

2.252.—D. Ursino Verdes Rodríguez, Agente de Negocios de Madrid, contra acuerdo del Tribunal gubernativo de Hacienda, de 29 de Octubre de 1908, que desestimó su instancia sobre abono de haberes devengados por su representado D. José Yáñez, como Celador de Comunicaciones en la isla de Cuba en varios meses de 1897 y 1898.

2.253.—La Sociedad «Unión Española de Explosivos» de Bilbao, contra el acuerdo del Tribunal gubernativo de Hacienda de 12 de Noviembre de 1908, sobre acciones de las Sociedades filiales que entraron á constituir por su agrupación la «Sociedad Española de Explosivos».

2.254.—D. Mariano de Juan, Dean de la Basílica metropolitana de Santiago de Cuba, Administrador del Seminario de San Basilio el Magno, contra el acuerdo del Tribunal gubernativo de Hacienda, de 8 de Octubre de 1908, sobre abono de alquileres de la casa que ocupó dicho Seminario.

2.255.—D. Antonio Arango Miranda, de Madrid, contra la Real orden expedida por el Ministerio de Fomento, en 11 de Diciembre de 1908, sobre concesión á don Vicente González y D. José Fernández, de aguas del río Inglares (Alava), con destino á fuerza motriz para energía eléctrica.

2.256.—El Ayuntamiento de Bellpuig (Lérida), contra la Real orden expedida por el Ministerio de la Gobernación, en 31 de Octubre de 1908, por la que se denegó el Mercado dominical en Bellpuig.

MINISTERIO DE HACIENDA

Dirección General de la Deuda y Clases Pasivas.

Esta Dirección General ha dispuesto que por la Tesorería de la misma, establecida en la calle de Atocha, número 15, se verifiquen en la próxima semana, y horas designadas al efecto, los pagos que á continuación se expresan, y que se entreguen los valores siguientes:

Días 22, 23 y 24.

Pago de créditos de Ultramar, reconocidos por los Ministerios de la Guerra, Marina y Dirección General de la Deuda y Clases Pasivas, facturas presentadas y corrientes de metálico, hasta el número 30.769.

Día 25.

Pago de créditos de Ultramar, facturas corrientes, de metálico, hasta el número 30.769.

Pago de íd. íd., en efectos, hasta el número 30.742.

Pago de Carpetas de conversión de Títulos de la Deuda exterior al 4 por 100, en otros de igual renta de la Deuda interior, con arreglo á la Ley y Real decreto de 17 de Mayo y 9 de Agosto de 1898, respectivamente, hasta el número 32.367.

Pago de títulos de la Deuda exterior, presentados para la agregación de sus respectivas hojas de cupones, con arreglo á la Real orden de 18 de Agosto de 1898, hasta el número 3.045.

Pago de residuos procedentes de conversión de las Deudas Coloniales y amortizable al 4 por 100, con arreglo á la ley de 27 de Marzo de 1900, hasta el número 2.277.

Pago de Carpetas de conversión de residuos de la Deuda del 4 por 100 interior, hasta el número 9.736.

Pago de Carpetas provisiones de la Deuda amortizable al 5 por 100, presentadas para el canje por sus Títulos definitivos, con arreglo á la Real orden de 2 de Mayo de 1900, hasta el número 11.122.

Pago de Títulos del 4 por 100 interior, emisión de 31 de Julio de 1900, por canje de Carpetas provisionales de igual renta, con arreglo á la Real orden de 14 de Octubre de 1901, hasta el número 8.674.

Entrega de Títulos del 4 por 100 interior, emisión de 31 de Julio de 1900, por conversión de otros de igual renta de las emisiones de 1892, 1898 y 1899; facturas presentadas y corrientes, hasta el número 13.175.

Reembolso de Acciones de Obras Públicas y Carreteras de 34-20 y 55 millones de reales; facturas presentads y corrientes.

Pago de intereses de inscripciones del semestre de Julio de 1883 y anteriores.

Pago de Carpetas de intereses de toda de Deudas del semestre de Julio de 1883 y anteriores á Julio de 1874, y reembolso de Títulos del 2 por 100, amortizados en todos los sorteos; facturas presentadas y corrientes.

Entrega de Títulos del 4 por 100.

Las facturas existentes en Caja por conversión del 3 y 4 por 100 interior y exterior.

Entrega de valores depositados en arca de tres llaves, procedentes de creaciones, conversiones, renovaciones y canjes. Madrid, 19 de Febrero de 1909.=El Director general, Cenón del Alisal.

Venciendo en 1.º de Abril del corriente año, un trimestre de intereses de Deuda perpetua al 4 por 100 interior, representados por el cupón número 30, unido á los Títulos de la Emisión de 31 de Julio de 1900, los intereses de inscripciones nominativas de igual renta, y el cupón número 3 de las Carpetas provisionales del 4 por 100 amortizable, emitidas en virtud de la ley de 26 de Junio de 1908, esta Dirección General, en virtud de la autorización que le ha sido concedida por Real orden de 19 de Febrero de 1903 y Real decreto de 27 de Junio próximo pasado, ha dispuesto que desde el día 1.º de Marzo próximo se admitan por el Negociado de Recibo de sus Oficinas, todos los días no feriados, de nueve á doce de la mañana, los cupones de las referidas Deudas del 4 por 100 interior y amortizable, ó los créditos originales, según clase, á fin de que, oportunamente, se efectúe el pago de los mismos.

La presentación de dichos valores se hará precisamente con las facturas impresas que, para cada una de ellas se facilitarán *gratis* en la portería de este Centro directivo, y en ellas consignarán los interesados todos los requisitos que en las mismas se exigen, sin que contengan raspaduras ni enmiendas; *advirtiéndose que los cupones del 4 por 100 interior amortizable y las inscripciones de igual renta han de presentarse con las facturas que contienen impresa la fecha del vencimiento y número del cupón, sin cuya circunstancia no serán admitidas.*

Las Carpetas amortizadas se presentarán endosadas en la siguiente forma:

A la Dirección General de la Deuda y Clases Pasivas: fecha y firma del presentador; y llevan unidos los cupones siguientes al del trimestre en que se amortícen.

Las facturas que contengan numeración interlineada, serán rechazadas, desde luego, y también las en que, por ser insuficiente el número de líneas destinadas á una serie cualquiera, se haya utilizado la casilla inmediata para relacionar los cupones de dicha serie, produciendo alteración en la colocación de las series sucesivas; pues, en este caso deberá exigirse á los presentadores que utilicen facturas separadas para los cupones de las series restantes, empleando *una factura para los de mayor cantidad ó número de cupones, sin incluir en ellas más que una sola serie. En cada línea no podrán ser facturados más que cupones de numeración correlativa.*

Por el importe de los cupones de Deuda perpetua, al 4 por 100 interior amortizable, y de los intereses de las Inscripciones nominativas, se expedirán resguardos que satisfará el Banco de España, con arreglo á la Ley de 29 de Mayo de 1882 y convenio celebrado con dicho Establecimiento en 22 de Noviembre siguiente: los primeros al portador y los últimos á los dueños de las Inscripciones ó á sus apoderados reconocidos, como se ha verificado en trimestres anteriores, cuando esta Dirección General haya reconocido y cancelado los cupones de intereses de inscripciones, de cuyo resultado se dará inmediato aviso al Banco de España, remitiéndole los talones correspondientes á los resguardos, á fin de que haga los llamamientos para su pago.

A los seis días de haberse presentado las inscripciones, podrán los interesados acudir á recogerlas al Negociado de Recibo, firmando el *recibí* en la factura correspondiente.

Lo que se anuncia al público para su conocimiento. Madrid, 18 de Febrero de 1909.=El Director general, Cenón del Alisal.

MINISTERIO DE LA GOBERNACIÓN

Dirección General de Correos y Telégrafos

SECCIÓN DE TELÉGRAFOS.—PERSONAL

Por consecuencia de la propuesta formulada por el Ministerio de la Guerra, con fecha 6 del actual, entre otros individuos propuestos para destinos subalternos de Correos y Telégrafos, han sido nombrados, con fecha 16 del corriente, los Sargentos y licenciados que á continuación se expresan:

D. Pedro Guirao Asensio, Celador de segunda, Murcia.

D. Vicente Cardos Lafuente, Celador de segunda, Pamplona.

D. Vicente Parisi Gabaldá, Ordenanza de segunda, Reus (Tarragona).

D. Margarito Chaparro Llaguno, Ordenanza de segunda, Jaén.

D. Carlos Peña Ayllón, Ordenanza de segunda, Moaña (Tarragona).

D. Cándido Seoane González, Ordenanza de segunda, San Sebastián.

Madrid 18 de Febrero de 1909.—El Director general, E. Ortuño.

Dirección General de Administración.

Al examinar este Centro Directivo los distintos expedientes cuya propuesta ó resolución le encomienda la Instrucción vigente de 14 de Marzo de 1899, ha observado frecuentemente que los bienes de las fundaciones benéficas de carácter particular, están en parte considerable constituídos por censos y otros derechos reales, y sin que puedan determinarse las causas, es lo cierto que no perciben aquéllas el importe de las rentas con grave daño de las instituciones interesadas y de las personas que habían de percibir los beneficios.

El convencimiento que esta Dirección General tiene de que una acción perseverante llegaría á la reivindicación de gran parte de los bienes, le impulsa á dirigirse á esa Junta, convencida de que ha de hallar en ella un poderoso y decidido auxiliar para conseguir los provechosos frutos que es dable esperar después de la publicación de las recientes disposiciones encaminadas á normalizar y regularizar el funcionamiento de las instituciones benéficas, con el doble objeto de asegurar los bienes de los pobres y estimular la caridad particular.

Si las gestiones que con tal fin se entablen han de producir el rápido efecto apetecido, ha de procurarse la necesaria separación de aquellos censos ó derechos reales en los que se han ejercitado actos de dominio dentro de los treinta últimos años, y aquellos otros en que ha transcurrido dicho período sin entablar ninguna reclamación, pues aun cuando á ambos pudiera ser extensivo el derecho de las fundaciones, es indudable que ha de ser más provechosa é inmediata la labor que en los primeros se haga, tanto por lo que respecta á la mayor facilidad para precisar los bienes y derechos, como á las mayores ventajas, dentro de la legislación civil, para entablar las correspondientes acciones, si á ello diese lugar la resistencia de los particulares al cumplimiento de tan sagrados deberes; sin que por esto se abandonen los derechos de las instituciones benéficas y se proceda, en su día, á realizar todo aquello que sea preciso en cuanto á los censos y demás derechos que no se han reclamado en más de treinta años.

Debe, ante todo, procurarse llegar al reconocimiento de los censos por los actuales dueños de las fincas censidas, utilizando los derechos que conceden los artículos 1.616 y 1.647 del Código Civil, exigiendo á los censatarios que den resguardo en que conste haber hecho el pago y, obligarles cada veintinueve años el reconocimiento del derecho en la finca enfitéutica; reconocimiento que deberá hacerse en escritura pública, á fin de que pueda inscribirse en el Registro de la Propiedad conforme á lo dispuesto en el artículo 2.°, número 2.° de la ley Hipotecaria, produciendo así efecto contra todo posterior adquirente de las fincas, y quedando, por tanto, definitivamente asegurado el derecho de las fundaciones benéficas.

Si las gestiones que esa Junta ó los patronos de los establecimientos de beneficencia particular realicen, no fueran suficientes á conseguir el resultado apetecido, deberán instruir los oportunos expedientes de investigación según el artículo 72, número 4.° de la Instrucción de 14 de Marzo de 1899 en la forma y con los requisitos que establece, aportando á los mismos los necesarios documentos á justificar el derecho de las fundaciones, la determinación de la carga, la finca ó fincas sobre que gravita y la persona que como dueña de éstas esté obligada al pago de la pensión y reconocimiento, en su caso, para una vez completado el expediente, poderse dictar la resolución debida, acudiendo, si necesario fuese, á los Tribunales de Justicia, interponiendo las correspondientes acciones para conseguir la efectividad de los sacratísimos derechos de las fundaciones destinadas á remediar dolencias sociales.

Finalmente, como todos los bienes que constituyan capital permanente de las fundaciones deben convertirse en inscripciones intransferibles de la renta perpetua, según terminante precepto del artículo 8.° del Real decreto de 14 de Marzo de 1899, debe cuidar esa Junta del cumplimiento de lo ordenado en el artículo 14, número 15 de la Instrucción de la misma fecha en cuanto á la liquidación, emisión y entrega de las inscripciones y demás que dicho precepto establece.

Distintas son las funciones de esa Junta, según que el fundador haya ó no prohibido la enajenación de los bienes dotales, toda vez que de esta circunstancia y mientras otra cosa no se resuelva, depende el que se hallen aquéllos sujetos á las leyes desamortizadoras.

Cuando el fundador autorizara ó no prohibiera la enajenación de los bienes de las fundaciones, debe esa Junta promover con toda actividad la redención de los censos en la forma que disponen los artículos 1.608, 1.611 y demás pertinentes del Código Civil, á cuyo efecto practicará las debidas gestiones cerca de los actuales dueños de las fincas censidas para llegar á un acuerdo, procurando las mayores ventajas posibles en cada caso para las respectivas fundaciones, y participando á este Centro, antes de resolver en definitiva, las condiciones concertadas, á fin de que puedan concederse las debidas autorizaciones para el otorgamiento de las escrituras.

Si se trata de bienes cuya enajenación esté prohibida por los fundadores, se limitará esa Junta á realizar las gestiones precisas para el cobro de las pensiones y el reconocimiento de capitales, dando después cuenta á este Centro, para que, participándolo al Ministerio de Hacienda, pueda cumplirse lo dispuesto en las leyes desamortizadoras, hasta llegar á la emisión y entrega de los títulos intransferibles y equivalentes, una vez que se hayan transmitido ó redimido los censos.

Confía el Director general que suscribe, que esa Junta ha de coadyuvar con toda actividad al cumplimiento por el Protectorado de la ineludible obligación de velar por la integridad de los bienes de las fundaciones, venciendo la natural resistencia de los particulares al pago de las cargas, y espera, dado su acostumbrado celo, que procederá á practicar cuantas diligencias sean necesarias al fin que inspira la presente circular, de la que se servirá esa Junta acusar su recibo, pudiendo acudir á este Centro en demanda de los antecedentes que radiquen en el mismo, y consultar las dudas y dificultades que se la ofrezcan para ejercitar las acciones y seguir los procedimientos á que dé lugar el cumplimiento de las prevenciones que quedan consignadas.

Madrid, 18 de Febrero de 1909.=El Director general de Administración, A. Marín de la Bárcena.

Señor Gobernador civil, Presidente de la Junta Provincial de Beneficencia de.....

MINISTERIO DE INSTRUCCIÓN PÚBLICA Y BELLAS ARTES

Subsecretaría.

Esta Subsecretaría hace público, en cumplimiento de lo dispuesto en los artículos 10 y 11 del Reglamento de oposiciones de 11 de Agosto de 1901.

1.° Que para juzgar las oposiciones á las plazas de Auxiliares vacantes en el segundo grupo de las Facultades de Ciencias de las Universidades de Salamanca y Sevilla, se ha nombrado el siguiente Tribunal:

Presidente: D. Santiago Mundi y Giró.

Vocales: D. Juan Godóñez y Blat, don Miguel Vegas y Puebla-Collado, D. José Mur, D. Juan A. Camacho, D. Juan A. Tercedor y D. Graciano Silván.

Suplentes: D. Cecilio Jiménez Rueda, D. Angel Berenguer, D. Emilio Román, D. Lauro Clariana, D. Enrique Fernández Echevarría y D. José Risco.

2.° Que dentro del plazo de la convocatoria se han presentado los Aspirantes D. Aurelio Arévalo y Carretero para la de Sevilla, y D. Manuel Bayo para la de Salamanca.

3.° Que desde el día en que se publique en la GACETA el presente anuncio comenzará á contarse el plazo para recusar á los Jueces y Suplentes que sean considerados incompatibles; y

4.° Que se efectuarán por el Tribunal las admisiones ó exclusiones con relación á la capacidad legal de los Aspirantes admitidos por haber presentado sus instancias dentro del plazo legal de la convocatoria.

Madrid, 9 de Diciembre de 1908.=El Subsecretario, Silió.

Nota bibliográfica de tres obras impresas en castellano, en el Extranjero, que D. Paulino Sánchez Moreno, domiciliado en esta Corte, en nombre y representación de Mr. Louis Michau, editor de París, desea introducir en España, después de haber cumplido con las formalidades prevenidas en el Decreto-ley de 14 de Septiembre de 1869 y Real orden de 19 de Mayo de 1893.

La Grecia Literaria, por RAUL VECE, con prólogo de Pablo Risson, y un estudio acerca del Genio Griego, por Carlos Simond. Traducción de José Muñoz Escámez.=53 grabados y retratos tomados de documentos originales.=Louis Michaud, editor.—París.—Imp. Art. L.—Marcel Fortín.=Rocoffort et C.ie, Sucs.—París.—Un vol. de 224 págs.=8.° mlla.

STENDHAL.=*El Rojo y el Negro*. Novela. Edición revisada y corregida.=Traducción de Antonio Muñoz Pérez.=Ilustraciones y cubierta de Lobel Riche.—Louis Michaud, editor.—París.—Imprenta Art. L.—Marcel Fortín.=Rocoffort et C.ie, Sucs.—París.=Un vol. con 391 páginas.=8.° mlla.

ALBERTO SAVINE.—*La Abdicación de Bayona*, con arreglo á documentos de Archivos y Memorias.=Traducción y notas de Pedro Recio Agüero.—Casa editorial Franco-Hispano-Americana.=Louis Michaud.—París.=Imprimerie F. Schmidt.=Grand-Montrouge (Seine).=Un vol. con 191 págs., una de índice y grabados.=8.° milla.

Madrid, 15 de Febrero de 1909.=El Subsecretario, Silió.

Esta Subsecretaría hace público, en cumplimiento de lo dispuesto en los artículos 10 y 11 del Reglamento de oposiciones de 11 de Agosto de 1901:

1.° Que para juzgar las oposiciones á la plaza de Auxiliar, vacante en el cuarto grupo de la Facultad de Ciencias (sección de físicas) de la Universidad Central, se ha nombrado el siguiente Tribunal:

Presidente, D. Bartolomé Feliú y Pérez.

Vocales, D. José Muñoz del Castillo, D. Eduardo Lozano y Ponce de León, D. José Ruiz Cartero, D. Cecilio Jiménez Rueda, D. Ignacio González Martí, don Blas Cabrera y Felipe.

Suplentes, D. Juan Pagés Vergili, don Luis Octavio de Toledo, D. Juan Izquierdo y Gómez, D. Luis Abaurrea, D. Demetrio Espurz y D. Arturo Pérez Martín.

2.° Que dentro del plazo de la convocatoria se ha presentado el aspirante don Pedro Carrasco Jarrovena.

3.° Que desde el día en que se publique en la GACETA el presente anuncio, comenzará á contarse el plazo para recusar á los Jueces y Suplentes que sean considerados incompatibles.

4.° Que se efectuarán por el Tribunal las admisiones ó exclusiones, con relación á la capacidad legal del Aspirante admitido, por haber presentado sus instancias dentro del plazo legal de la convocatoria.

Madrid, 7 de Diciembre de 1908.=El Subsecretario, Silió.

REGLAMENTO

DE LA DÉCIMA EXPOSICIÓN INTERNACIONAL DE BELLAS ARTES, 1909, BAJO EL PROTECTORADO DE SU ALTEZA REAL EL PRÍNCIPE REGENTE LUIPOLDO DE BAVIERA Y BAJO LA PRESIDENCIA DE HONOR DE SU ALTEZA REAL EL PRÍNCIPE LUIS DE BAVIERA, EN EL PALACIO DE CRISTAL DE MUNICH.

ARTÍCULO I

Época y carácter de la Exposición.

1.° La décima Exposición Internacional en el Palacio de Cristal de Munich, se organizará por la «Sociedad de Artistas de Munich» y de acuerdo con la «Unión Artística de Munich» (Sección), y bajo la protección del Gobierno bávaro.

2.° Su Alteza Real el Príncipe Regente Luipoldo de Baviera se ha dignado generosamente aceptar el protectorado.

3.° La Exposición se abrirá el 1.° de Junio y se cerrará á fines de Octubre de 1909.

ARTÍCULO II

Organización de la Exposición.

A. Comité Central.

1.° La organización de la Exposición se confía al Comité Central de Munich, que se compone:

a) De delegados de la Sociedad de Artistas de Munich y de delegados de la Sección de Munich.

b) De representantes de la Real Academia de Bellas Artes de Baviera.

c) De un Comisario del Gobierno Real de Baviera. El Comité Central tiene el derecho de agregarse otros delegados.

Todos los Estados que organicen una Sección colectiva, podrán enviar al Comité Central un representante, que, siendo artista, tendrá todos los derechos de un individuo de dicho Comité.

2.° El primer Presidente del Comité Central es el Presidente de la «Sección de Munich»; el segundo Presidente, el de la «Sociedad de Artistas de Munich»; el primer Secretario pertenecerá á la misma Sociedad. El Comité Central elegirá á los demás individuos.

3.° El Comité Central tendrá el derecho de nombrar un Presidente de honor.

B. Secciones colectivas.

1.° La Exposición se compondrá de las Secciones colectivas de diversos Estados ó grupos de Estados:

Austria.
Bélgica.
Bulgaria.
Dinamarca.
Imperio Alemán.
Estados Unidos de América.
España.
Francia.
Gran Bretaña.
Grecia.
Holanda.
Hungría.
Italia.
Noruega.
Portugal.
Rumania.
Suecia.
Suiza.
Turquía.

2.° Todas las colecciones de los países extranjeros, se organizarán por los representantes de los Estados respectivos, de acuerdo con el Comité Central.

3.° La organización de la colección del Imperio Alemán, se hará por el Comité Central, si no se reservan atribuciones especiales á la Sociedad de Artistas de Munich (artículo 2 B número 4 y 5, artículo 6, número 3, artículo 8, número 1.

4.° En esta colección alemana la «Sección de Munich», forma con sus expositores alemanes una sección particular; tendrá su Jurado propio y su comisión de colocación.

5.° La Exposición colectiva alemana se organizará por la «Sociedad de Artistas de Munich», y se someterán á su Jurado todos los objetos de arte, enviados directamente á Munich, si no están comprendidos en los números 2 y 4.

ARTÍCULO III

Palacio de la Exposición y sus disposiciones.

La disposición general y la división del Palacio de la Exposición, así como de la distribución del espacio destinado á las diversas Secciones, se hará por el Comité Central. Este cuidará que todas las Salas y despachos, se preparen de un modo igual en la forma conveniente á su objeto.

ARTÍCULO IV

Admisión á la Exposición.

1.° Se admitirán: Las obras que entren los géneros siguientes: Pintura, Escultura, Arquitectura, Artes reproductivas, Artes industriales.

Las obras de Arte industrial no podrán presentarse más que á petición personal por parte del Comité Central.

Los cuadros al óleo deberán ponerse con marcos preservativos cuadrados. Las acuarelas, los cuadros al pastel, los dibujos, los grabados, las aguas fuertes, los grabados en madera, deberán, además, estar provistos de un cristal.

El Comité Central podrá protestar contra los marcos excéntricos.

Los cartones sólo podrán admitirse extendidos en bastidores. Para la admisión de cartones rollados, se exigirá un convenio anterior con el Comité Central.

Para la admisión de pinturas en vidrio, se necesitará un convenio especial con el Comité Central, que decidirá, según el sitio disponible.

Los objetos en forma de libro se admitirán, pero sin mencionarse en el Catálogo.

Para la escultura, el Comité Central facilitará los pedestales. Si un expositor quisiera colocar otro, los gastos serán por cuenta suya.

2.° No podrán presentarse:

Las copias, las fotografías y todas las obras obtenidas por procedimientos mecánicos, los trabajos anónimos y todos los objetos de arte que hayan figurado en las Exposiciones internacionales ó anuales de la Sociedad de Artistas de Munich ó de la Sección de Munich.

Se admitirán las copias para el grabado y las fotografías para completar los trabajos de Arquitectura.

3.° Cada artista no podrá exponer más que tres obras del mismo género.

El Comité Central tendrá derecho de hacer excepciones en favor de obras de mérito extraordinario.

La repetición del mismo asunto no se admitirá aun en un género diferente.

Las esculturas en madera, mármol, metal, cera ó piedra fina, no se considerarán como obras del mismo género.

Toda producción cíclica encerrada en un solo marco, se considerará como una sola obra.

El Comité Central resolverá si varias obras separadas pueden formar un ciclo, y, con arreglo al lugar disponible, tendrá derecho á rehusar su admisión.

4.° Toda obra que pertenezca á particulares, editores ó negociantes de objetos de arte, no podrá admitirse más que por autorización escrita del artista, que será el único á quien se considere como expositor.

El Comité Central decidirá la admisión de obras de artistas ya fallecidos.

5.° Ningún objeto podrá retirarse antes de la clausura de la Exposición.

ARTÍCULO V

Adhesión y envío.

1.° La presentación de los boletines de adhesión se deberá hacer en el plazo fijado.

Si surgieran diferencias entre las indicaciones en el boletín de admisión y las indicaciones unidas á la obra misma, el boletín de adhesión decidirá.

No podrán hacerse cambios posteriores á estas indicaciones más que por escrito.

2.° El envío deberá hacerse irrevocablemente en el tiempo fijado é indicado en el boletín de adhesión.

Unicamente en casos bien fundados y á petición escrita, el Comité Central podrá prolongar el plazo de envío.

ARTÍCULO VI

Jurado de admisión.

1.° La admisión de obras presentadas por los artistas se votará por los Jurados de las Secciones colectivas.

Al Jurado de admisión no se someterán:

a) Los artistas invitados personalmente (artículo 7).

b) Los artistas que hayan recibido la primera medalla en Munich.

2.° Cualquier Estado que organice una Sección colectiva, fijará él mismo la composición, el tiempo y el lugar de reunión de su Jurado. Los objetos de arte aceptados por este Jurado no se someterán á otro examen en Munich.

3.° El Jurado de la Sociedad de Artistas de Munich funcionará para la Exposición colectiva alemana, á excepción de las obras alemanas, que corresponden á la Sección de la «Sección de Munich»; el Jurado de admisión estará dividido en Secciones, á saber:

a) Sección para la Pintura y el Dibujo.

b) Sección para la Escultura.

c) Sección para la Arquitectura.

d) Sección para las Artes reproductivas.

El valor de una obra no es suficiente para la admisión, pues hay que tener en cuenta el lugar disponible y la adhesión hecha á tiempo.

ARTÍCULO VII

Invitaciones personales.

1.° El Comité Central se reservará el derecho de hacer invitaciones personales:

a) A su voluntad, en el Imperio alemán y en los Estados extranjeros que no organicen una Sección colectiva.

b) Después de un convenio anterior con los comités ó los representantes de los Estados extranjeros, que organicen una Sección colectiva.

2.° En todos los casos, á excepción del artículo 4.°, respecto de las obras del arte industrial, la invitación personal eximirá del examen del Jurado.

ARTÍCULO VIII

Colocación y arreglo.

1.° La formación de la Comisión de colocación se hará:

a) Para las colocaciones extranjeras por los Estados respectivos.

b) Para la colección del Imperio Alemán, excluyendo la Sección de la «Sección de Munich» por la «Sociedad de Artistas de Munich».

c) Para la Sección de la «Sección de Munich», por esta misma.

2.° Se excluirán las Exposiciones particulares, bien sean de uno ó varios artistas.

En casos extraordinarios, el Comité Central podrá admitir una excepción.

3.° Las reclamaciones relativas á la colocación de una obra, se harán por escrito en los diez días siguientes de la apertura de la Exposición.

ARTÍCULO IX

Recompensas.

1.° Se otorgarán Medallas de Oro de primera y segunda clase.

2.° Estas Medallas se otorgarán por un Jurado de recompensas, para el cual, los Estados expositores, así como los centros de Arte alemán, tendrán derecho de delegar en artistas suyos, en proporción de los objetos expuestos. Los Reglamentos más detallados sobre este punto se fijarán por el Comité Central.

Los individuos de Munich, del Jurado de recompensas, serán delegados dos terceras partes de la «Sociedad de Artistas de Munich», y una tercera parte de la «Sección de Munich».

3.° El reparto de Medallas se hará exclusivamente, según el valor artístico de las obras. No se permitirá, pues, distribuirlos por Naciones ni por Centros de arte alemanes.

4.° Los individuos del Jurado y los artistas que hubiesen obtenido la primera medalla en una Exposición de Munich, quedarán fuera de concurso.

Los posedores de una medalla de segunda clase no podrán aspirar más que á una medalla de primera clase.

ARTÍCULO X

Transporte.

1.° El Comité Central se encargará de los gastos de transporte, ida y vuelta, para todos los objetos aceptados por el Jurado ó enviados en virtud de invitación personal; es decir, para los objetos que lleguen del Extranjero desde el lugar de residencia del Jurado respectivo: Para Alemania, desde el domicilio del artista.

La reexpedición gratis, no se efectuará más que en el caso en que los objetos vuelvan al lugar de partida. Los envíos en gran velocidad ó por correo, no se recibirán más que franqueados.

No se aceptarán ni reembolsos ni otros gastos. El seguro de transporte, queda á cargo del expositor.

El excedente de cualquier objeto cuya dimensión ocasione gastos de porte extraordinarios, ó cuyo peso exceda de 300 kilos, estará á cargo del remitente, que sin embargo en cuanto al exceso de porte podrá arreglarse eventualmente con el Comité Central.

2.° Las obras no admitidas por uno de los Jurados de admisión en Munich, se devolverán al propietario por su cuenta y riesgo, si éste, advertido de esta negativa no dispone otra cosa en el plazo de quince días.

3.° El envío de los objetos expuestos, comenzará inmediatamente después de la clausura de la Exposición. Sin embargo, el Comité Central no aceptará ninguna responsabilidad para la reexpedición dentro de un plazo fijado.

ARTÍCULO XI

Embalaje

1.° Los objetos de arte deberán embalarse separadamente cada uno en cajas de madera fuertes.

Los cuadros deberán sujetarse en las cajas por medio de tornillos y la tapa del mismo modo.

Si en contra del Reglamento se hubieran enviado varias obras en la misma caja, se obligará á pagar al expositor una nueva caja para la reexpedición en caso de que una de las obras sea vendida ó no admitida por el Jurado.

2.° Será indispensable fijar en las mismas obras y en las cajas, las tres etiquetas entregadas con el boletín de adhesión, siguiendo precisamente las prescripciones indicadas en éstas y cuidando que correspondan exactamente á las indicaciones del boletín.

3.° La dirección impresa, unida al boletín de adhesión, deberá llenarse y pegarse en la cubierta de la caja.

4.° La apertura de la caja se hará en presencia de un apoderado que extenderá acta de ello.

ARTÍCULO XII

Garantía y seguro.

(Artículo 5.°, párrafo 1.°)

1.° Las obras de Arte se asegurarán contra incendios en conjunto, y por una cantidad apropiada durante su estancia en el Palacio de la Exposición.

2.° La Exposición no tendrá ninguna responsabilidad:

a) De cualquier avería ó pérdida de objetos de Arte.

Sin embargo, las obras ó marcos averiados, después de su entrada en el Palacio de la Exposición, serán reparados inmediatamente á cuenta de la Exposición por especialistas reconocidos.

b) De los errores ú omisiones del catálogo.

c) De las pérdidas que puedan resultar para el expositor á consecuencia de diferencias entre el boletín de adhesión y la etiqueta unida al objeto de arte. En todo caso serán las indicaciones del boletín de adhesión las que decidan. A estas indicaciones no podrán hacerse cambios después más que por escrito.

d) De cualquier deterioro ocasionado por el transporte.

El Comité central procurará el mayor cuidado al volver á embalar los objetos de arte. Las esculturas se embalarán á presencia de peritos que extenderán acta de ello. El Comité declina expresamente cualquier responsabilidad mayor

ARTÍCULO XIII

Ventas.

1.° Las ventas no se efectuarán más que por la intervención del Gerente de la Exposición.

2.° En caso de venta de una obra se descontará el 10 por 100 sobre el precio de la venta.

3.° Queda prohibido elevar el precio fijado de un objeto de arte.

Todo objeto que se designe como vendible no podrá declararse invendible más que contra reembolso á la Comisión de venta.

Unicamente en casos extraordinarios y bien motivados, el Comité central podrá admitir una excepción.

ARTÍCULO XIV

De la entrada en la Exposición, copias, reclamaciones.

1.° Se pondrán tarjetas de entrada, rigurosamente personales, á la disposición de los artistas expositores y de los poseedores de una obra. Estas tarjetas se distribuirán á los interesados en la oficina de la Secretaría, en donde deberán poner su firma.

2.° No se podrá copiar ninguna obra de arte.

3.° Para las reproducciones de las obras expuestas se atendrán á las prescripciones del Comité central, que, sin embargo, no lo consentirá más que con la autorización escrita del artista.

Las reclamaciones, de cualquier género que sean, se harán por escrito al Comité central.

Las reclamaciones hechas tres meses después de la clausura de la Exposición no se tomarán en consideración.

ARTÍCULO XV

Disposición final.

El artista, por el hecho de exponer, declara que se adhiere á las disposiciones dictadas en el presente reglamento.

Rectificado el escalafón de Catedráticos de los Institutos generales y técnicos, esta Subsecretaría ha dispuesto que se publique en la GACETA la relación de Altas y Bajas ocurridas en 1908 (1) para que los comprendidos en la primera puedan hacer las reclamaciones que estimen justificadas en el plazo de diez días, á contar desde la inserción en el periódico oficial de la presente Orden.

Madrid, 4 de Febrero de 1909.—El Subsecretario, Silió.

(1) Véase el anexo núm. 2.

MINISTERIO DE FOMENTO

Dirección General de Agricultura, Industria y Comercio.

MONTES

En las Instrucciones para el abono de indemnizaciones en la ejecución de los planes provisionales de aprovechamientos de los montes á cargo de los Distritos forestales, publicados en la GACETA de 7 del corriente mes, se han cometido las erratas siguientes:

En el párrafo primero de la Tarifa *C*, donde dice 0,35 pesetas, ha de decir 0,035.

Bajo el epígrafe «Contadas en blanco», donde dice, en la primera línea, Reducido, ha de decir Reducidos.

Bajo el epígrafe «Reconocimiento de los ruedos ó suelos de los alcornocales», donde dice Reducido, ha de decir Reducidos.

En el último párrafo del artículo 2.° de la Tarifa *G* (espartos), donde dice, en la segunda línea, «Guarda Mayor ó Sobreguarda», ha de decir «Guarda Mayor y Sobreguarda»; y donde dice, en la antepenúltima línea, «si asisten los dos», ha de decir «si existen los dos».

Lo que se anuncia para la debida aplicación de las expresadas Instrucciones.

Madrid, 15 de Febrero de 1909.=El Director general, Ordóñez.

MONTES

En 5 del mes actual se ha dictado por este Ministerio la Real orden siguiente:

«Examinado el presupuesto que ha remitido la Inspección de repoblaciones forestales y piscícolas para indemnizaciones y gastos de movimiento que ha de devengar durante el corriente ejercicio económico de 1909, el personal facultativo y auxiliar de la tercera División hidrológico-forestal, en la inspección y comprobación de los trabajos, estudios, inspección y dirección; y

»Considerando que para formular dicha propuesta se ha tenido en cuenta el impulso y desarrollo que ha de darse á los trabajos, en relación con la cuantía de los créditos concedidos en el presupuesto del Ministerio para el fin indicado,

»S. M. el Rey (q. D. g.), de conformidad con lo propuesto por esta Dirección General, ha tenido á bien aprobar el expresado presupuesto para el actual año económico por su total importe de 18.500 pesetas; cuyo gasto se aplicará al capítulo 6.°, artículo 4.°, del presupuesto vigente de este Ministerio, y concepto 33 del mismo, relativo á «Servicio de repoblaciones hidrológico-forestales y piscícolas», debiendo solicitarse los libramientos de fondos y justificarse su inversión en la forma establecida.»

Y atendiendo á que los servicios que han de ejecutarse con cargo al referido presupuesto, no deben ser objeto de contrata, dada su naturaleza, se ha dispuesto se verifiquen por Administración, conforme preceptúa el Real decreto de 12 de Noviembre de 1886, mandado aplicar á los servicios de Agricultura y Montes por el de 11 de Julio de 1904.

Madrid, 17 de Febrero de 1909.=El Director general, Ordóñez.

En 1.° del mes actual se ha dictado por este Ministerio la Real orden siguiente:

«Examinado el presupuesto elevado á á este Ministerio por la Inspección de repoblaciones forestales y piscícolas, con destino á los gastos que durante el actual año económico han de ocasionar los trabajos proyectados para las cuencas de los ríos Segre y Llobregat, que están á cargo de la primera División hidrológico-forestal, así como el que ha formulado el Ingeniero Jefe de la misma para el citado servicio, y que asciende á la cantidad de 176.077 pesetas y 70 céntimos:

»Considerando que si bien las partidas de este último presupuesto están bien justificadas y corresponden á la importancia de los trabajos que en las Secciones primeras de dichas cuencas se deben realizar, ha sido preciso introducir en las mismas, algunas reducciones por la necesidad de distribuir equitativamente el crédito concedido para el servicio hidrológico-forestal en el presupuesto de este Ministerio, entre las Divisiones que actualmente existen, añadiéndose, además una partida para la construcción de un trozo de camino corta-fuegos, proyectado para el monte «Catllerá y Vallfagona» de Pobla de Lillet, provincia de Barcelona, correspondiente á la sección tercera de la cuenca del Llobregat; y

»Considerando que dada la necesidad de que se deje sentir en el más breve plazo posible, la acción de los trabajos hidrológico-forestales en la cuenca del río Llobregat, para evitar los efectos desastrosos de las inundaciones, es de la mayor conveniencia aumentar el presupuesto que ha formulado la Inspección para dicha cuenca, hasta la cantidad de 38.000 pesetas, destinándose el referido aumento de 8.000 pesetas, principalmente en los conceptos á que se refieren los artículos «Siembras de asiento», «Vivero», «Plantaciones» y «Selvicultura»,

»S. M. el Rey (q. D. g.), de conformidad con lo propuesto por esta Dirección General, ha tenido á bien aprobar el expresado presupuesto, por la cantidad de 81.800 pesetas, para atender á los mencionados servicios en las secciones primera de la cuenca del Segre y primera y tercera de la cuenca del Llobregat, dependientes de la primera División hidrológico-forestal, y para el corriente año económico; cuyo gasto se aplicará al capítulo 6.°, artículo 4.° del presupuesto vigente de este Ministerio y concepto 31 del mismo, relativo á «Servicio de repoblaciones «hidrológico-forestales y piscícolas,» debiendo solicitarse los libramientos de fondos, en la forma establecida.»

Y atendiendo á que los servicios que han de ejecutarse con cargo al referido presupuesto, no deben ser objeto de contrata, dada su naturaleza, se ha dispuesto se verifiquen por administración, conforme preceptúa el Real decreto de 12 de Noviembre de 1886, mandado aplicar á los servicios de Agricultura y Montes, por el de 11 de Julio de 1904.

Madrid, 16 de Febrero de 1909.=El Director general, Ordoñez.

En 5 del actual se ha dictado por este Ministerio la Real orden siguiente:

«Examinado el presupuesto que ha remitido la Inspección de repoblaciones forestales y piscícolas, para indemnizaciones y gastos de movimiento, que ha de devengar durante el ejercicio económico de 1909, el personal facultativo y auxiliar de la sexta División hidrológico-forestal, en la inspección y comprobación de los trabajos, estudios, inspección y dirección; y teniendo en consideración que para formular las diferentes partidas que la propuesta comprende, se ha tenido en cuenta el impulso y desarrollo que ha de darse á los trabajos, en relación con la cuantía de los créditos consignados para su ejecución,

»S. M. el Rey (q. D. g.), de conformidad con lo propuesto por esta Dirección General, ha tenido á bien aprobar el expresado presupuesto para el actual año económico, por su total importe de 15.300 pesetas, cuyo gasto se aplicará al capítulo 6.°, artículo 4.° del presupuesto vigente de este Ministerio, y concepto 33 del mismo, relativo á «Servicio de Repoblaciones Hidrológico-Forestales y Piscícolas», debiendo solicitarse los libramientos de fondos y justificarse su inversión en la forma establecida.»

Y atendiendo á que los servicios que han de ejecutarse con cargo al referido presupuesto, no deben ser objeto de contrata, dada su naturaleza, se ha dispuesto se verifiquen por Administración, conforme preceptúa el Real decreto de 12 de Noviembre de 1886, mandado aplicar á los servicios de Agricultura y Montes, por el de 11 de Julio de 1904.

Madrid, 16 de Febrero de 1909.=El Director general, Ordóñez.

En 1.° del actual se ha dictado por este Ministerio la Real orden siguiente:

«Examinado el presupuesto que ha remitido la Inspección de repoblaciones forestales y piscícolas para indemnizaciones y gastos de movimiento que ha de devengar durante el corriente ejercicio económico de 1909, el personal facultativo y auxiliar de la segunda división hidrológico-forestal, en la inspección y comprobación de los trabajos, estudios, inspección y dirección; y

»Considerando que las partidas que le constituyen están justificadas y corresponden á la importancia del servicio á que están destinados, en relación con la cuantía del crédito concedido con este fin en el presupuesto de este Ministerio,

»S. M. el Rey (q. D. g.), de conformidad con lo propuesto por esta Dirección general, ha tenido á bien aprobar el expresado presupuesto para el actual año económico, por su total importe de 13.350 pesetas, cuyo gasto se aplicará al capítulo 6.°, artículo 4.° del presupuesto vigente de este Ministerio, y concepto 33 del mismo, relativo á «Servicio de repoblacienes hi»drológico-forestales y piscícolas», debiendo solicitarse los libramientos de fondos y justificarse su inversión en la forma establecida.»

Y atendiendo á que los servicios que han de ejecutarse, con cargo al referido presupuesto no deben ser objeto de contrata, dada su naturaleza, se ha dispuesto se verifiquen por Administración, conforme preceptúa el Real decreto de 12 de Noviembre de 1886, mandado aplicar á los servicios de Agricultura y Montes por el de 11 de Julio de 1904.

Madrid, 16 de Febrero de 1909.=El Director general, Ordóñez.

En 5 del corriente mes se ha dictado por el Ministerio de Fomento la Real orden siguiente:

«Examinado el presupuesto que ha formulado el Ingeniero Jefe del distrito forestal de Málaga, para atender á los gastos que ocasione durante el corriente ejercicio económico de 1909, la repoblación del monte denominado «Cuevas Pardas», perteneciente al pueblo de Ardales, en dicha provincia, y cuyo importe es de 9.290 pesetas.

»Considerando que las partidas que le componen están justificadas en la Memoria que ha formado dicha Jefatura, pero que precisa rebajar del mismo en lo que se refiere á indemnizaciones al personal facultativo, gasto que deberá ser atendido con la cantidad consignada para este fin en el concepto 18 del capítulo 6.°, artículo 4.° del presupuesto vigente de este Ministerio, con lo cual, y la rebaja consiguiente de la partida de imprevistos, queda reducido el presupuesto á la cantidad de 8.084 pesetas;

»S. M. el Rey (q. D. g.), de conformidad con lo propuesto por esta Dirección General, ha resuelto aprobar el mencionado presupuesto por la expresada cantidad de 8.084 pesetas, cuyo gasto se aplicará al capítulo y artículo ya citados, y concepto 13 del presupuesto vigente de este Departamento, relativo á «Semillas, »sequerías, viveros y repoblación de los »claros, calveros y rasos de los montes de »utilidad pública», debiendo el Ingeniero jefe del distrito forestal de Málaga, solicitar los libramientos de fondos y justificar su inversión en la forma establecida.»

Y atendiendo á que los servicios que han de ejecutarse con cargo al referido presupuesto no deben ser objeto de contrata, dada su naturaleza, se ha dispuesto se verifiquen por administración conforme preceptúa el Real decreto de 12 de Noviembre de 1886, mandado aplicar á los servicios de Agricultura y Montes por el de 11 de Julio de 1904.

Madrid, 16 de Febrero de 1909.=El Director general, Ordóñez.

En 5 del mes actual, se ha dictado por este Ministerio la Real orden siguiente:

«Examinado el presupuesto que ha remitido la Inspección de repoblaciones forestales y piscícolas, para indemnizaciones y gastos de movimiento que ha de devengar durante el corriente ejercicio económico de 1909, el personal facultativo y auxiliar de la quinta división hidrológico-forestal en la inspección y comprobación de los trabajos, estudios, inspección y dirección; y

»Considerando que la propuesta está justificada, puesto que para formular las diferentes partidas se ha tenido presente la importancia de los trabajos en relación con el crédito concedido en el presupuesto de este Ministerio,

»S. M. el Rey (q. D. g.), de conformidad con lo propuesto por esta Dirección General, ha tenido á bien aprobar el expresado presupuesto para el actual año económico por su total importe de 14.025 pesetas, cuyo gasto se aplicará al capítulo 6.°, artículo 4.° del presupuesto vigente de este Ministerio y concepto 33 del mismo, relativo á «Servicios de repoblacio»nes hidrológico forestales y piscícolas», debiendo solicitarse los libramientos de fondos y justificarse su inversión en la forma establecida.»

Y atendiendo á que los servicios que han de ejecutarse con cargo al referido presupuesto no deben ser objeto de contrata, dada su naturaleza, se ha dispuesto se verifiquen por Administración conforme preceptúa el Real decreto de 12 de Noviembre de 1886, mandado aplicar á los servicios de Agricultura y Montes por el de 11 de Julio de 1904,

Madrid, 17 de Febrero de 1909.=El Director general, Ordóñez.

En 1.° del mes actual, se ha dictado por este Ministerio la Real orden siguiente:

«Examinado el presupuesto que ha remitido la Inspección de repoblaciones forestales y piscícolas para indemnizaciones y gastos de movimiento que ha de devengar durante el corriente ejercicio económico de 1909 el personal facultativo y auxiliar de la primera división hidrológico-forestal en la inspección y comprobación de los trabajos, estudios, inspección y dirección; y

»Considerando que para formular las diferentes partidas que la propuesta comprende, se ha tenido en cuenta el impulso y desarrollo que ha de darse á los trabajos, en relación con la cuantía de los créditos consignados para su ejecución,

»S. M. el Rey (q. D. g.), de conformidad con lo propuesto por esta Dirección General, ha tenido á bien aprobar el mencionado presupuesto para el actual año económico por su total importe de pesetas 17.205; cuyo gasto se aplicará al capítulo 6.°, artículo 4.° del presupuesto vigente de este Ministerio y concepto 33 del mismo, relativo á «Servicio de repobla»ciones hidrológico-forestales y piscíco»las», debiendo solicitarse los libramientos de fondos y justificarse su inversión en la forma establecida.»

Y atendiendo á que los servicios que han de ejecutarse con cargo al referido presupuesto, no deben ser objeto de contrata, dada su naturaleza, se ha dispuesto se verifiquen por Administración conforme preceptúa el Real decreto de 12 de Noviembre de 1886, mandado aplicar á los servicios de Agricultura y Montes por el de 11 de Julio de 1904.

Madrid, 16 de Febrero de 1909.—El Director general, Ordóñez.

Dirección General de Obras Públicas.

SERVICIO CENTRAL HIDRÁULICO

Ilmo. Sr.: Examinado el plan económico para el año actual, presentado por la Junta de Obras del pantano de Cueva Foradada:

Resultando que aparecen debidamente justificadas las distintas partidas que lo forman, y que no cabe rebajar nada de ellas sin perturbar la marcha regular de los trabajos:

Considerando que la partida correspondiente al pago de la indemnización asignada al Ingeniero Jefe de la División hidráulica del Ebro, por la inspección administrativa que ejerce sobre la indicada Junta, debe ir comprendida entre los gastos de administración y no en los de dirección facultativas, según se ha tenido en cuenta en los modelos redactados por el Servicio Central Hidráulico,

S. M. el Rey (q. D. g.), de acuerdo con lo propuesto por la Dirección General de Obras Públicas, de conformidad con el Servicio Central Hidráulico, ha tenido á bien resolver:

1.° La aprobación para la Junta de Obras del pantano de Cueva Foradada del siguiente plan económico para el año actual:

	Pesetas.
Gastos de dirección y administración	20.000,00
Idem de estudios	2.750.00
Idem de obras y expropiaciones	348.318,99
TOTAL	371.068,99

2.° Fijar en 101.425,85 pesetas la cantidad que corresponde abonar al Estado durante el año corriente, que deberá ser librada por trimestres adelantados, con cargo al capítulo 12, artículo 2.°, concepto 1.° del presupuesto aprobado para este Ministerio. El resto, hasta completar el importe total, deberá ser satisfecho por el Sindicato con sus fondos propios y con el remanente de años anteriores que existe en poder de la Junta.

3.° Que se sobrentienda que la aprobación del plan anteriormente detallado no envuelve autorización para ejecutar obras ó realizar servicios que carezcan de presupuestos aprobados previamente por la Superioridad, con excepción de los gastos de administración y dirección facultativa.

4.° Que la partida consignada para el abono de la indemnización fija al Ingeniero Jefe de la División del Ebro se aprueba, considerándola incluída entre los gastos de administración, por lo que que se considerará disminuída en 1.000 pesetas la suma de los gastos de dirección facultativa, y aumentada en la misma cantidad la de los de administración.

De orden del Señor Ministro lo comunico á V. S. para su conocimiento y efectos. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 12 de Febrero de 1909.=El Director general, A. Calderón.

Señor Ordenador de pagos por obligaciones de este Ministerio.

Ilmo. Sr.: Examinado el plan económico para el año actual, presentado por la Junta de obras del pantano de Ruidecañas:

Resultando que las diversas partidas que componen dicho plan aparecen justificadas, y serían aceptables en su totalidad si lo consintiera la cuantía de los créditos consignados en el Presupuesto vigente, cosa que no sucede, dado el número de obras que habrán de ejecutarse durante el año, y que la reducción posible, sin perturbar la buena marcha de las obras, asciende, como máximun, á 314.348,12 pesetas:

Considerando aceptable la propuesta de la Junta de obras referente á la modificación en el presente año, de los gastos de dirección facultativa que, sumados á los de administración, no exceden de la cuantía fijada en el Real decreto de 12 de Julio de 1904,

S. M. el Rey (q. D. g.), de acuerdo con lo propuesto por la Dirección General de Obras Públicas, de conformidad con el Servicio Central Hidráulico, ha tenido á bien resolver:

1.° La aprobación para la Junta de obras del pantano de Ruidecañas, del siguiente plan económico para el año actual:

	Pesetas.
Gastos de dirección y administración	20.000.00
Idem de estudios	5.587,64
Idem de obras y expropiaciones	394.412,36
TOTAL	420.000,00

2.° Fijar en 186.613,70 pesetas la cantidad que corresponde abonar al Estado durante el año corriente, que deberá ser librada por trimestres adelantados, con cargo al capítulo 12, artículo 2.°, concepto 1.° del Presupuesto aprobado para este Ministerio. El resto, hasta completar el importe total, deberá ser satisfecho por el Sindicato con sus fondos propios y con el remanente de años anteriores que existe en poder de la Junta.

3.° Que se sobrentienda que la aprobación del plan anteriormente detallado no envuelve autorización para ejecutar obras ó realizar servicios que carezcan de presupuestos aprobados previamente por la Superioridad, con excepción de los gastos de administración y dirección facultativa.

4.° Aprobar, en especial, los presupuestos de gastos de administración y dirección facultativa, redactados por la Junta de obras para el presente año.

De orden del señor Ministro lo comunico á V. S. para su conocimiento y efectos. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 12 de Febrero de 1909.=El Director general, A. Calderón.

Señor Ordenador de pagos por obligaciones de este Ministerio.

Ilmo. Sr.: Examinado el plan económico para el año actual, presentado por la Junta de Obras del pantano de Andrade:

Resultando que las diversas partidas que componen dicho plan aparecen justificadas, y que la reducción máxima que puede efectuarse en suma total, sin perturbar la buena marcha de las obras, asciende á la cantidad de 31.680 pesetas y 94 céntimos:

Considerando que el aumento de obras hidráulicas á ejecutar en el presente año, combinado con el importe de la cantidad que para el mismo se consigna en el presupuesto de obligaciones de este Ministerio, obliga á efectuar reducciones en los planes económicos redactados por las Juntas de obras correspondientes,

S. M. el Rey (q. D. g.), de acuerdo con lo propuesto por la Dirección General de Obras Públicas, de conformidad con el Servicio Central Hidráulico, ha tenido á bien resolver:

1.° La aprobación para la Junta de Obras del pantano de Andrade, del siguiente plan económico para el año actual.

	Pesetas.
Gastos de Dirección y Administración	25.000,00
Idem de estudios	2.330,00
Idem de obras y expropiaciones	81.895,00
TOTAL	109.225,00

2.° Fijar en 100.150 pesetas la cantidad que corresponde abonar al Estado durante el año corriente, que deberá ser librada por trimestres adelantados, con cargo al capítulo 12, artículo 2.°, concepto 1.° del presupuesto aprobado para este Ministerio. El resto, hasta completar el importe total, deberá ser satisfecho por el Sindicato con sus fondos propios y con el remanente de años anteriores que existe en poder de la Junta.

3.° Que se sobrentienda que la aprobación del plan anteriormente detallado no envuelve autorización para ejecutar obras ó realizar servicios que carezcan de presupuestos aprobados previamente por la Superioridad, con excepción de los gastos de Administración y Dirección facultativa.

De orden del Señor Ministro lo comunico á V. S. para su conocimiento y efectos. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 12 de Febrero de 1909.=El Director general, A. Calderón.

Señor Ordenador de Pagos por obligaciones de este Ministerio.

Visto el Presupuesto de gastos probables que originará la voladura del pontón «Rafael Segueiros», de 300 toneladas, que se fué á pique en la bahía de Villagarcía:

Resultando bien justificadas las partidas que en él se consignan, por lo que V. S. propone su aprobación:

Considerando procedente ejecutar el servicio por administración, y en armonía con el Real decreto de 21 de Marzo de 1882, esta Dirección General ha tenido á bien aprobar dicho presupuesto, por su importe de 1.911 pesetas, á que asciende el de ejecución por el sistema de administración, que se autoriza, con cargo al capítulo 13, artículo 1.°, concepto 3.° del vigente presupuesto, debiendo cumplirse lo dispuesto en el Real decreto de 21 de Marzo de 1882, en cuanto se refiere al acuerdo con la Autoridad de Marina y al aprovechamiento, en su caso, de los materiales y efectos que se extraigan.

Lo que digo á V. S. para su conocimiento y efectos consiguientes. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 17 de Febrero de 1909.=El Director general, Calderón.

Señor Ingeniero jefe de Obras Públicas de la provincia de Pontevedra.

CARRETERAS.—CONSERVACIÓN Y REPARACIÓN

Aprobado por Real orden de 23 de Mayo de 1906, un presupuesto de obras para reparación del firme de la carretera de Avila á Talavera, en la provincia de Toledo, en el que aparece incluído para empleo de material y mano de obra por administración, la suma de 20.723,60 pesetas; y aprobadas las actas de recepción de los acopios realizados por contrata,

S. M. el Rey (q. D. g.), conformándose con lo propuesto por esta Dirección General, ha dispuesto autorizar al Ingeniero Jefe de la provincia indicada, para que por dicho sistema de administración, realice las obras de empleo del material acopiado por la suma citada, con cargo al capítulo X, artículo 2.°, concepto 2.° del presupuesto vigente.

Lo que de orden del Señor Ministro digo á V. S. para su conocimiento y efectos consiguientes. Dios guarde á V. S. muchos años. Madrid, 12 de Febrero de 1909.=El Director general, A. Calderón.

Señor Ordenador de pagos por obligaciones de este Ministerio.

Esta Dirección General ha acordado dejar en suspenso la subasta de las rampas al Asilo de la Paloma de esta Corte, anunciada para el día 13 del próximo mes de Marzo.

Madrid, 15 de Febrero de 1909.=El Director general, A. Calderón.

Rectificación.

El presupuesto de la carretera de Alcalá de Henares á Torrejón del Rey es de 19.048,60 pesetas.

Madrid, 15 de Febrero de 1909.—El Director general, A. Calderón.

MADRID.—Est. tip. Sucesores de Rivadeneyra